

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТЕКСТИЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ

А.М. СЛІЗКОВ, В.Ю. ЩЕРБАНЬ, О.Б. ДЕМКІВСЬКИЙ, Т.І. ДЕМКІВСЬКА

Київський національний університет технологій та дизайну

Повідомлення 1

Аналізуються математичні методи моделювання властивостей текстильних матеріалів, отримані в процесі виробництва та експлуатації, визначаються методи отримання адекватних математичних моделей властивостей текстильних матеріалів для їх прогнозування

Розв'язок задач системного підходу до прогнозування властивостей текстильних матеріалів пов'язаний з наявністю програмних засобів побудови таких математичних моделей, які могли б адаптуватися до змін властивостей в процесі виробництва та експлуатації. Функціонування всієї системи прогнозування властивостей текстильних матеріалів та управління ними в процесі виробництва та експлуатації повинно надавати можливість прогнозування як всієї системи в цілому, так і окремих її складових.

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктами дослідження є властивості текстильних матеріалів, математичні методи моделювання властивостей текстильних матеріалів в процесі їх функціонування та методи визначення параметрів отриманих моделей.

Постановка завдання

Наукові дослідження з побудови математичних моделей властивостей продуктів текстильного виробництва проводяться в теоретичному та експериментальному напрямках. Теоретичний напрям побудови математичної моделі властивостей текстильних матеріалів базується на детальному аналізі фізичної сутності цих властивостей та їх змін у процесі виробництва та експлуатації.

Процеси зміни властивостей текстильних матеріалів, які відбуваються у виробництві та експлуатації, дуже складні. На них впливає велика кількість взаємопов'язаних факторів. На зміну властивостей текстильних матеріалів суттєво впливають випадкові (неконтрольовані) фактори в процесі виробництва та експлуатації. Також важливими є результати вимірювань, впливають і методи визначення та реєстрації показників якості продуктів текстильного виробництва. В умовах текстильного підприємства це, здебільшого вибірковий лабораторний контроль, при якому значення показників якості продукції визначаються з достатньо великою похибкою, викликаючи значну «зашумленість» [1] отриманих результатів. Тому теоретичні моделі, отримані з використанням таких «зашумлених» даних, часто є некоректними. Отримані при цьому математичні залежності досить складні. При цьому кількість факторів, які впливають на ту чи іншу властивість продуктів, може бути недостатньою. Такі теоретичні моделі, здебільшого незручні для практичного оперативного використання на реальному виробництві.

Виходячи з зазначеного вище можна дійти висновку, що тільки теоретичний підхід до побудови математичних моделей і прогнозування властивостей текстильних матеріалів є непрактичним. Він допускає ряд абстракцій, які спрощують реальний об'єкт, а також в отриманих формулах іноді містяться параметри, визначення яких є досить проблематичним і недосконалим. Багато з отриманих теоретичних

залежностей містять поправні коефіцієнти, які не мають точних меж використання, що призводить до довільного вибору їх числових значень.

Експериментальний метод побудови математичних моделей властивостей продуктів текстильного виробництва полягає в отриманні експериментальних результатів параметрів продуктів та їх обробці. Дані отримують безпосередньо на діючому устаткуванні, в лабораторних умовах або на фізичній моделі процесу - стенді. Експериментальні методи стали широко застосовуватися з впровадженням обчислювальної техніки та засобів автоматизації в прядильне виробництво та науково-дослідні лабораторії. Використовуючи сучасну обчислювальну техніку, почали широко впроваджувати методи імітаційного математичного моделювання в текстильному виробництві [2, 3].

Виходячи з зазначеного вище пошук нових підходів до визначення методів отримання адекватних математичних моделей властивостей текстильних матеріалів є актуальним.

Результати та їх обговорення

У математичному моделюванні властивостей продуктів текстильних виробництв використовуються різні методи: найменших квадратів; еволюційного планування; зміщеного оцінювання та стійкі методи оцінювання.

Одним з основних математичних засобів побудови моделей на базі експериментальних результатів є регресійний аналіз [4,5], який передбачає отримання оцінок параметрів моделі досліджуваної властивості з точністю до вектора невідомих параметрів. Вибір ролі класу допустимих рішень параметричного сімейства функцій $F = \{f(X, a)\}$ є важливим завданням, від якої залежить адекватність отриманих математичних моделей при використанні їх в прогнозуванні властивостей текстильних матеріалів та управління їх якістю. Найбільш широко в моделюванні технологічних процесів та властивостей текстильних матеріалів використовують клас лінійних функцій, що пояснюється їх відносною простотою, а також наявністю ефективних численних методів оцінки коефіцієнтів лінійних моделей [6–8].

Дані, отримані в результаті досліджень процесу зміни властивостей текстильних матеріалів, розглядаються як реалізація випадкової величини ξ , які отримані при проведенні n незалежних експериментів. При аналізі змін властивостей текстильних матеріалів застосовувалися такі статистичні показники: оцінка математичного очікування; оцінка дисперсії; мода; медіана; коефіцієнт варіації; коефіцієнт асиметрії; ексцес; статистика Жак-Бера.

Для отримання вказаних показників вибірка ранжувалася (впорядковувалася). У разі оцінки математичного сподівання використовувалося вибіркове середнє як оцінка теоретичного математичного

очікування $M\xi$. Величина середнього обчислювалася за формулою $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$. Ця оцінка є незміщеною

обгрунтованою оцінкою $M\xi$. Для оцінки дисперсії та середнього квадратичного відхилення використовувалась така статистика $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$. Довірчими інтервалами рівня α отриманої

оцінки математичного сподівання є інтервал

$$\left[\bar{x} - U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x} + U_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right],$$

де $U'_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль рівня $1-\alpha/2$ розподілу Стюдента з $n-1$ ступенями свободи. Довірчим інтервалом

рівня α для оцінки дисперсії є інтервал

$$\left[\frac{(n-1)S^2}{U'_{1-\frac{\alpha}{2}}}; \frac{(n-1)S^2}{U'_{\frac{\alpha}{2}}} \right],$$

де $U'_{\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль рівня $1-\alpha/2$ розподілу χ^2 з $n-1$ ступенями свободи.

Коефіцієнт варіації як міра розсіювання розподілу випадкової величини обчислювався як відношення середньоквадратичного відхилення до вибіркового середнього: $C = \frac{\delta}{\bar{x}} \cdot 100$, %.

Коефіцієнт асиметрії, що характеризує симетричність (хвостів) розподілу, розраховувався за виразом $S = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{x_k - \bar{x}}{\sigma} \right]^3$; якщо $S > 0$, то правий хвіст розподілу довший, а при $S < 0$ довшим є

лівий хвіст розподілу; якщо $S = 0$, то розподіл симетричний. Екссес – характеризує відмінність форми розподілу від нормального і розраховується за виразом: $K = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{x_k - \bar{x}}{\sigma} \right]^4$; $K = 3$ для нормального

розподілу; якщо $K > 3$, то форма розподілу буде гострішою від нормального; при $K < 3$ форма розподілу буде плоскішою від нормального. Статистика Жак-Бера – тестова статистика, яка показує, наскільки близьким є ряд до нормального розподілу; фактично це різниця між значеннями S і K для досліджуваного ряду та нормального розподілу:

$$JB = \frac{N-n}{6} \left[S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2 \right],$$

де n – число коефіцієнтів, використаних для побудови моделі ряду; при нуль-гіпотезі щодо нормальності розподілу статистика Жак-Бера має розподіл χ^2 з двома степенями свободи. Ймовірність, пов'язана із статистикою Жак-Бера, показує ймовірність справедливості нуль-гіпотези. Мала ймовірність свідчить про те, що нуль-гіпотезу щодо нормальності розподілу необхідно відхилити.

На основі статистичних показників спостережень будуємо матрицю спостережень та встановлюємо фактори, які суттєво, в статистичному сенсі, впливають на параметри кожного етапу зміни властивостей продуктів текстильного виробництва.

Розглянемо постановку задачі лінійного регресійного аналізу, використовуючи метод найменших квадратів для оцінки параметрів отриманих моделей, і умови, в яких ці моделі адекватні досліджуваному об'єкту [4, 5].

Вхідні спостереження над об'єктами, що досліджуються, позначимо такими незалежними змінними X_i ($i = 1, \dots, n$), а вихідні – залежними випадковими змінними Y_j ($j = 1, \dots, m$). Припустимо, що Y_1, Y_2, \dots, Y_m – некорельовані спостереження випадкової величини ζ , а $X = \{x_{ij}\}$ – відома матриця ($n \times m$) спостережень над множиною змінних $\{X_i\}$, які є стовпцями цієї матриці. Припустимо, що кожна величин Y_j спостерігається з випадковою похибкою ε_i , яка не перевищує значень меж довірчого інтервалу заданого рівня, та лінійно залежить від $n+1$ невідомих коефіцієнтів a_i ($0, \dots, n$), тоді:

$$Y_j = a_0 + \sum a_i X_i + \varepsilon_j. \quad (1)$$

У задачах регресійного аналізу основною є оцінка коефіцієнтів a_i за результатами початкових спостережень $x_{j0}, x_{j1} \dots x_{jm}$ вихідної змінної Y_j . Прийmemo, що $x_{j0} = 1$ ($j = 1, \dots, m$) і введемо такі позначення:

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_m \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} x_{12} \dots x_{1n} \\ x_{21} x_{22} \dots x_{2n} \\ \dots \\ \dots \\ x_{m1} x_{m2} \dots x_{mn} \end{pmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{pmatrix}; \quad (2)$$

Звідси лінійна модель в матричному вигляді є такою:

$$Y = XA + \varepsilon. \quad (3)$$

Розв'язок задачі лінійного регресійного аналізу (3) будемо знаходити при таких припущеннях [4]:

– значення ε_i є некорельованими і мають нульове середнє та однакову обмежену дисперсію:

$$M(\varepsilon) = 0$$

$$\text{та } D(\varepsilon) = \sigma^2 = \text{const},$$

– матриця початкових даних X задана і відома без помилок;

– стовпці матриці X є лінійно незалежними;

– математичне сподівання залежної змінної є лінійною функцією невідомих коефіцієнтів:

$$M(y) = \hat{X}\hat{a}.$$

Тоді оцінку \hat{a} знаходимо як розв'язок системи нормальних рівнянь:

$$(X^T X)A = X^T Y. \quad (4)$$

Можна оцінити \hat{a} з формули (4) методом найменших квадратів [9], який мінімізує по \hat{a} суму

квадратів залишків $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$:

$$\hat{A} = (\hat{X}^T X)^{-1} X^T Y. \quad (5)$$

Виходячи з наведених вище допущень, оцінка (4) параметрів моделі (5) має такі властивості:

– математичне сподівання ($M\hat{a} = \hat{a}$) дорівнює істинному значенню невідомого параметра a , таким чином оцінка \hat{a} є незміщеною;

– в класі лінійних незміщених оцінок інша оцінка буде мати більшу дисперсію, таким чином оцінка \hat{a} є ефективною;

– оцінка a є обґрунтованою і зводиться по вірогідності до істинного значення:

$$\lim(\|\hat{a} - a\| > \sigma) = 0, \quad \forall \sigma > 0,$$

де вираз $\|\cdot\|$ – деяка визначена норма.

Відхилення ε_i розподілені нормально з нульовим середнім ($M(\varepsilon) = 0$) та дисперсією σ^2 , це є необхідною передумовою при обчисленні t – та F – критеріїв адекватності моделі, значущості параметрів та при визначенні довірчих інтервалів, які базуються на t – та F – розподіленнях [5].

Отримані оцінки (4) мають перераховані вище властивості, і лінійна модель (3) адекватна в статистичному сенсі реальному процесу або властивості в досить жорстких обмеженнях. Ці обмеження накладаються на початкові дані шляхом введення передумов для використання регресійного аналізу.

Оскільки вхідні дані результатів досліджень частіше за все оформлені в вигляді таблиць (бази даних) [10], то для їх обробки та аналізу застосовувався Excel та Visual Basic for Applications.

Використовуючи зазначені вище теоретичні положення та експериментальні дані, створено програмний комплекс, який в діалоговому режимі вибирає дані з вказаного діапазону (бази даних) та обчислює зазначені вище статистичні показники досліджуваного процесу. Наступним кроком є побудова локальних математичних регресійних моделей для кожного етапу перетворення властивостей текстильних матеріалів та оцінка параметрів отриманих моделей.

Побудована модель процесу перетворення властивостей текстильних матеріалів (як сума моделей етапів) дає можливість на основі вхідних параметрів сировини отримати оцінки параметрів кінцевої продукції. Також розроблений програмний комплекс дозволяє досліджувати вплив зміни значень одного або кількох параметрів на кожному етапі змін властивостей продуктів текстильного виробництва на кінцевий результат.

Висновки

1. Для побудови адекватної математичної моделі процесу перетворення властивостей текстильних матеріалів доцільно використовувати регресійний аналіз, а для оцінки параметрів отриманої моделі – метод найменших квадратів.
2. Запропоновано лінійну математичну модель (3) для кожного етапу процесу перетворення властивостей текстильних матеріалів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Перельман И.И. Оперативная идентификация объектов управления. – М.: Энергоиздат, 1982.– 272 с.
2. Севостьянов П.А. Прогнозирование характеристик и повышение эффективности исследований технологических систем прядильного производства. Автореф. докт.дис. – М., МТИ,1985. – 382 с.
3. Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А. Моделирование технологических процессов (в текстильной промышленности): Учебник для вузов. – М.: Легкая и пищевая пром-сть. 1984. – 344 с.
4. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессия. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 382 с.
5. Рао С. Линейные статистические методы и их применение. – М.: Наука, 1968. – 547 с.
6. Монахов В.И. Модели и алгоритмы прогнозирования параметров шерстопрядильного производства в подсистеме управления качеством продукции. Автореф. канд. дис. – М., МТИ, – 1978. – 163 с.

7. Разумев К.Э. Проектирование свойств чистошерстяной камвольной пряжи с целью повышения ее качества и снижения обрывности в прядении. Автореф. канд. дис. – М., МТИ, 1984. – 164 с.
8. Скуланова Н.С. Влияние изменения свойств шерсти в технологических процессах на уровень обрывности в аппаратном прядении. Автореф.канд. дис. – М., МТИ, 1977. – 217 с.
9. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: исследование зависимостей. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
10. Слізков А.М., Щербань В.Ю., Краснитський С.М. Застосування принципів ідентифікації в системі прогнозування властивостей текстильних матеріалів// Вісник КНУТД, 2008, №4.

Надійшла 26.12.2008

УДК 685.3

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ЩІЛЬНОГО СУМІЩЕННЯ ОДНОЙМЕННИХ ДЕТАЛЕЙ ВЗУТТЯ

В.І. ЧУПРИНКА, О.О. ХОМЕНКО, Л.Т. СВІСТУНОВА

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі запропоновано алгоритм побудови щільного системного розміщення однойменних деталей будь-якої складної конфігурації в розкладці на матеріалі прямокутної форми. Алгоритм реалізовано у програмний додаток в інтегрованому середовищі програмування Delphi для операційної системи Windows

Відомо, що побудова розкрійних схем, які б відповідали галузевим нормам використання рулонних матеріалів, має велику трудомісткість. Питання раціонального використання матеріалів особливо гостро стоїть у взуттєвій промисловості, оскільки їх вартість у собівартості взуття досягає 70%. Потреба постійного підвищення ефективності виробництва та підтримання конкурентоспроможності вітчизняних товарів на ринку, особливо в умовах важкого економічного становища держави, зумовлює створення методів і автоматизації самого процесу проектування оптимальних схем розкрою матеріалів з метою отримання якісних недорогих товарів у стислі часові терміни. Скорочення часу на розробку таких розкрійних схем можна досягти удосконаленням програмного забезпечення для автоматизації цього процесу. Удосконалення програмного забезпечення може бути спрямовано на створення більш ефективних розкрійних схем, підвищення швидкодії, зниження собівартості програмного забезпечення порівняно з відомими аналогами. Результати роботи створеного програмного продукту будуть вхідними даними для керування автоматизованими розкрійними комплексами.

Об'єкти та методи дослідження

Метою роботи є аналіз існуючих методів визначення щільного суміщення деталей складної геометричної конфігурації при їх системному розміщенні на матеріалах прямокутної форми й створення на їх основі алгоритму для побудови щільного суміщення деталей виробів взуттєвої промисловості.

Об'єктами дослідження є щільні розкладки однойменних взуттєвих деталей складної конфігурації. Розкладка – це решітчасте розміщення однойменних деталей на матеріалі довжиною