

УДК 621.311.001

КАПЛУН В.В.¹, ПАВЛОВ П.А.², ШТЕПА В.Н.¹, КАПЛУН Р.В.¹

Киевский национальный университет технологий и дизайна¹
Полесский государственный университет, Республика Беларусь²

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТОИМОСТИ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ В МИКРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ В СИНХРОННОМ
РЕЖИМЕ**

Цель. Разработать математическую модель для исследования принципов формирования динамической стоимости электроэнергии в масштабируемых микросетях с распределенными источниками в синхронном режиме.

Методика. Для решения поставленных математических задач применены принципы структурирования, конвейеризации, а также методы дискретных систем, теории расписаний, теории графов, линейных диаграмм Ганта и алгебры матриц.

Результаты. В работе исследован синхронный режим функционирования распределенной микроэнергетической системы и получены математические соотношения для определения минимального общего времени выполнения неоднородных, однородных и одинаково распределенных процессов при формировании динамической (в режиме реального времени) стоимости электроэнергии.

Научная новизна. Впервые получена математическая модель формирования динамической стоимости электроэнергии микросети с распределенными источниками, в основу которой положен ресурсно-процессный подход, что дало возможность решать задачи оптимизации с учетом параметров неоднородных, однородных и одинаково распределенных *microgrid* в синхронном режиме.

Практическая значимость. Полученные результаты создают предпосылки для решения задач, связанных с математическим моделированием функционирования интеллектуальных масштабируемых микросетей с распределенными источниками электроэнергии в синхронном режиме, определения процедур их анализа и создания алгоритмов управления.

Ключевые слова: моделирование, интеллектуальные масштабируемые микросети, распределенные источники электроэнергии, синхронный режим, стоимость электроэнергии.

Введение. В настоящее время высокая стоимость энергоносителей и экологизация экономики ограничивает использование «традиционных» источников электрической энергии и открывает новые возможности для использования альтернативных и возобновляемых источников, которые образуют так называемые распределенные микросети или *microgrid* и способны работать как автономно, так и на параллель с центральной энергосистемой (ЦЭС).

Под микросетью (*microgrid*) будем понимать группу взаимосвязанных нагрузок одного или нескольких локальных объектов конечных потребителей и источников распределенной генерации электрической энергии в рамках четко определенных границ, которая функционирует как единый независимый управляемый объект и которая может подключаться к ЦЭС.

Использование технологий *smart grid* позволяет создавать интеллектуальные масштабируемые распределенные микросети. Принципы построения таких сетей

заключаються в модернізації microgrid путем використання комп'ютерно-інтегрованих систем моніторингу, учета, діагностики і управління (КІС) на основі паралельного виробництва і споживання електроенергії, а також комунікаційного обміну технологічної інформацією між елементами системи. Такі можливості уже передбачили нові підходи до розуміння інтелектуальних електричних мереж, а технологію smart grid все частіше називають «інтернетом енергії». Інтелектуальні мікросеті в режимі on-line зможуть ефективно керувати множиною паралельних процесів: рівнем генерації електричної енергії альтернативними і відновлюваними джерелами; моніторингом стану елементів системи; контролем і обліком електроенергії; режимами функціонування microgrid з урахуванням мінімізації втрат, динамічного ціноутворення на електроенергію і др.[1-3].

При створенні взаємно-інтегрованих мікросетей з декількома джерелами розподіленої генерації електричної енергії і КІС актуальними є задачі побудови і вивчення математичних моделей, адекватно описуваних функціонування багатоконпонентних мереж. Ключовими задачами при цьому є порівняльний аналіз режимів їх функціонування, визначення меж ефективного і оптимального енергоспоживання кінцевих споживачів від відновлюваних джерел електроенергії, розвиток керуючих алгоритмів і розробка чисельних методів для створення системного, мережного і прикладного програмного забезпечення управління функціонуванням smart grid [3-4].

Постановка задачі. В основу формування тарифів при енергозабезпеченні від ЦЭС покладено граничні витрати на технологічний цикл генерації, транспортування і розподілу електроенергії. Інтелектуальний рівень управління smart grid повинен бути достаточним для впровадження ринкового динамічного ціноутворення в енергетичній сфері. З однієї сторони, це дасть можливість оптимізувати роботу центральної енергосистеми, знизив пікові навантаження, з іншої, приверне споживачів до формування інноваційних принципів управління енергосистемою в режимі реального часу.

Планування генерації електроенергії в мікросетях відрізняється від планування графіків навантаження в класичній системі енергозабезпечення. Характеристики відновлюваних джерел електроенергії і накопичувачів (АКБ) значно відрізняються від традиційних джерел. Крім того, неможливо завжди підтримувати однаковий рівень генерації відновлюваних джерел і, як наслідок, неможливо забезпечити енергоспоживання заздалегідь заданого графіка на основі використання тільки таких джерел. Для найбільш гнучкого узгодження генерації і попиту на споживання електроенергії в smart grid локальних об'єктів доцільно розглядати тимчасові сценарії оптимізації. Узгодження рівнів генерації електричної енергії відновлюваними джерелами і її розподілу між кінцевими споживачами дозволить досягти оптимізації в частині витрат на електрозабезпечення з урахуванням прийнятих обмежень для відновлюваних джерел і ЦЭС [5].

Зв'язок джерел розподіленої генерації з центральною енергосистемою і АКБ є необхідною умовою виконання заданого графіка електроенергії

конечными потребителями локальных объектов. Совершенное прогнозирование объемов генерации электрической энергии возобновляемыми источниками, их совместное функционирование с традиционными источниками, является важной и сложной научной задачей, которую нужно решить при разработке принципов эффективного управления микросетью. Наличие в микросети нескольких распределенных источников, накопителей электроэнергии и их связь с ЦЭС требует создания иерархической КИС, способной одновременно контролировать множество непрерывных и дискретных параметров для управления множеством параллельных процессов в режиме on-line.

Математическая модель microgrid локального объекта. Математическая модель интеллектуальной масштабируемой распределенной микросети включает в себя [6]:

- $n \geq 2$ – количество источников распределенной генерации электрической энергии;
- $p \geq 2$ – количество конечных потребителей электроэнергии;
- $s \geq 2$ – количество порций (блоков) структурированных конкурирующих потоков электроэнергии от источников распределенной генерации с учетом ценовых диапазонов;
- матрицу $T = [t_{ij}]$, $i = \overline{1, n}$, где $j = \overline{1, s}$ – время передачи электрической энергии i -м источником из j -го ценового диапазона;
- матрицу $C = [c_{ij}]$, $i = \overline{1, n}$, где $j = \overline{1, s}$ – удельная стоимость электроэнергии из j -го ценового диапазона при генерации i -м источником;
- $\varepsilon > 0$ – параметр, характеризующий системное время, затрачиваемое на организацию параллельной передачи электрической энергии от n источников к p конечным потребителям.

Предполагается, что все источники электрической энергии являются *распределенными*, т. е. все блоки потоков электроэнергии или их часть передаются некоему множеству конечных потребителей.

Режимы функционирования микроэнергосистемы. Предположим, что взаимодействие конечных потребителей, источников распределенной генерации электрической энергии и компьютерной системы мониторинга, диагностики и управления микросетью подчинено следующим условиям и ограничениям:

- 1) ни одна из порций электроэнергии не может передаваться одновременно более чем одному потребителю;
- 2) ни один из конечных потребителей не может принимать одновременно более одной порции электрической энергии от источников распределенной генерации;
- 3) передача (прием) каждой порции электроэнергии осуществляется без прерываний;
- 4) распределение порций электрической энергии от источников распределенной генерации конечным потребителям компьютерной системой осуществляется циклически по правилу: блок с номером $j = kp + i$, $j = \overline{1, s}$, $i = \overline{1, p}$, $k \geq 0$, передается потребителю с номером i ;
- 5) отсутствуют перерывы в электроснабжении конечных потребителей при условии наличия генерации электроэнергии, а также отсутствуют перерывы электроснабжения при наличии спроса у конечных потребителей.

Условия 1–5 определяют *асинхронный* режим взаимодействия источников распределенной генерации электроэнергии, КИС и конечных потребителей, который предполагает обязательную передачу электрической энергии при наличии нуждающихся в ней потребителей, а также отсутствие перерывов в электроснабжении конечных потребителей при условии наличия на передачу электрической энергии (рис. 1).

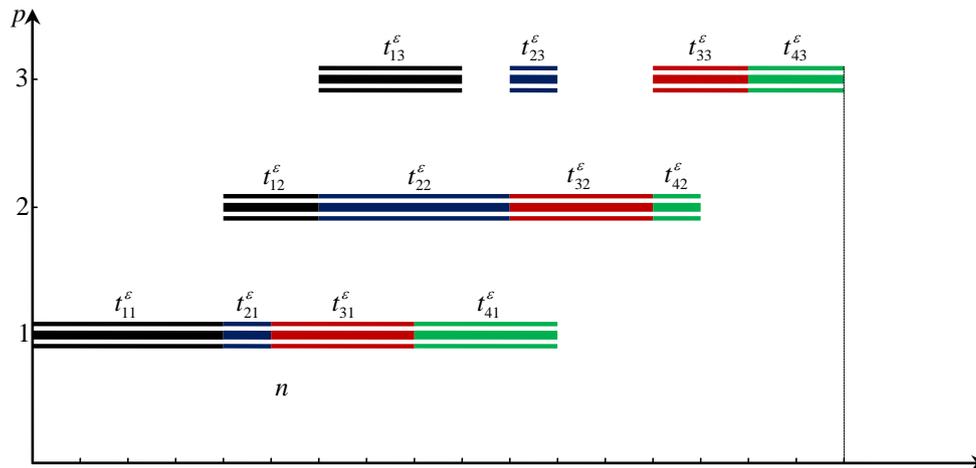


Рис. 1. Асинхронный режим взаимодействия 4 источников распределенной генерации и 3 конечных потребителей

Введем следующие дополнительные условия:

б) для каждого из n источников распределенной генерации момент завершения передачи порции электрической энергии из j -го ценового диапазона i -му конечному потребителю совпадает с моментом начала передачи следующей $(j + 1)$ -й порции $(i + 1)$ -му конечному потребителю, $i = \overline{1, p - 1}$, $j = \overline{1, s - 1}$;

7) для каждого конечного потребителя момент завершения получения порции энергии от l -го источника совпадает с моментом начала получения электрической энергии от $(l + 1)$ -го источника распределенной генерации, $l = \overline{1, n - 1}$.

Если к условиям 1–4 добавить поочередно условия 6 и 7 соответственно, то получим два базовых синхронных режима функционирования микроэнергосистемы.

Первый синхронный режим, определяемый условиями 1–4, 6, обеспечивает непрерывную передачу электрической энергии конечным потребителям каждым распределенным источником (рис. 2).

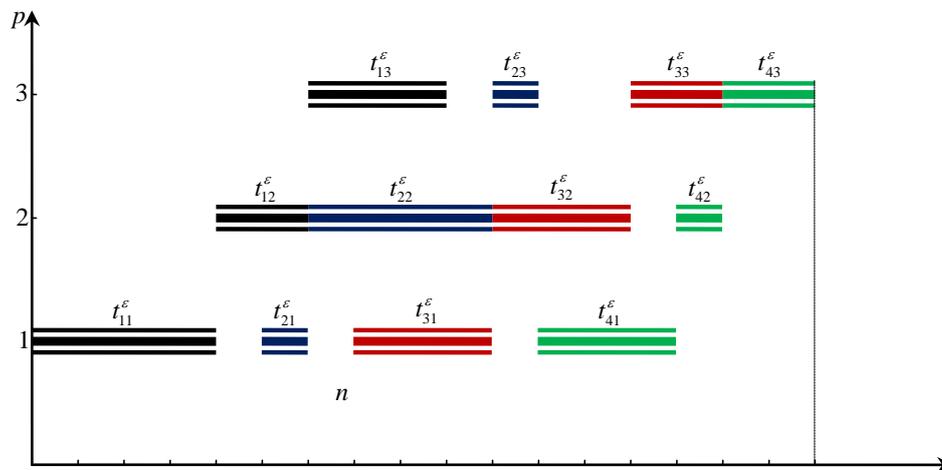


Рис. 2. Первый синхронный режим взаимодействия распределенных источников электрической энергии и конечных потребителей

Второй синхронный режим, определяемый условиями 1–4, 7, обеспечивает непрерывное получение электрической энергии конечными потребителями (рис. 3).

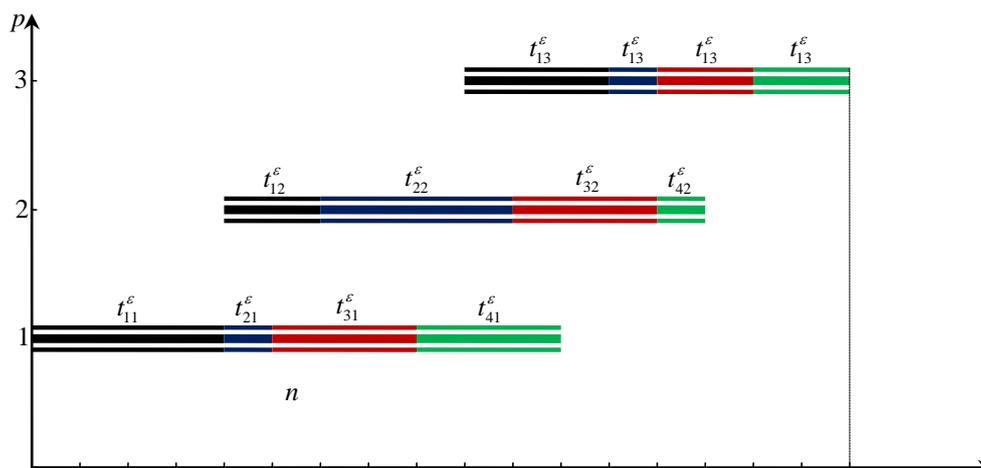


Рис.3. Второй синхронный режим взаимодействия распределенных источников электрической энергии и конечных потребителей

Распределенную микросеть будем называть *неоднородной*, если времена передачи электрической энергии конечным потребителям разные для разных источников.

Распределенную микросеть будем называть *однородной*, если времена передачи блоков электроэнергии потребителям всеми источниками распределенной генерации равны, т. е. $t_{ij} = t_j$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$.

Распределенную микросеть будем называть *одинаково распределенной*, если времена передачи энергии конечным потребителям каждым источником совпадают, т. е. справедлива цепочка равенств $t_{i1} = t_{i2} = \dots = t_{is} = t_i$ для всех $i = \overline{1, n}$.

Получение математических соотношений для вычисления точных значений удельной стоимости электрической энергии в различных режимах функционирования микросети позволит в реальном времени оптимально управлять любыми сегментами microgrid.

Стоимость электроэнергии в первом синхронном режиме. Рассмотрим *первый синхронный режим* взаимодействия источников распределенной генерации электроэнергии и конечных потребителей, который обеспечивает непрерывную передачу электрической энергии конечным потребителям каждым распределенным источником. Как и для асинхронного режима функционирования микроэнергетической системы [1], исследование проведем для *неоднородных, однородных и одинаково распределенных* microgrid.

Будем рассматривать $n \geq 2$ *неоднородных* источников распределенной генерации, потоки электроэнергии от которых структурированы на $s \geq 2$ линейно-упорядоченных блоков Q_1, Q_2, \dots, Q_s . Предполагается, что источники конкурируют за передачу электрической энергии $p \geq 2$ конечным потребителям, т. е. являются распределенными. Задача состоит в нахождении минимальной стоимости потребляемой энергии $CE_n^1(p, n, s, \varepsilon)$.

Пусть $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$ – $n \times s$ -матрица передач блоков электрической энергии i -м источником из j -го ценового диапазона с учетом накладных расходов ε , при этом t_{ij}^ε – время передачи Q_j -го блока i -м источником, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$.

Рассмотрим случай, когда число конечных потребителей равно числу блоков структурированных потоков электрической энергии, т. е. $p = s$. Для нахождения величины $CE_n^1(p, n, s, \varepsilon)$ получим формулу:

$$CE_n^1(p, n, s, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1 \leq u \leq p} \left[\sum_{j=1}^u c_{ij} t_{ij}^\varepsilon - \sum_{j=1}^{u-1} c_{i+1, j} t_{i+1, j}^\varepsilon \right] + \sum_{j=1}^p c_{nj} t_{nj}^\varepsilon, \quad (1)$$

где величина $\max_{1 \leq u \leq p} \left[\sum_{j=1}^u t_{ij}^\varepsilon - \sum_{j=1}^{u-1} t_{i+1, j}^\varepsilon \right]$, $i = \overline{1, n-1}$ – определяет моменты начала передачи

первого блока энергии каждым источником, начиная со второго, а $\sum_{j=1}^p t_{nj}^\varepsilon$ – время передачи последнего p -го блока электрической энергии.

Рассмотрим далее общий случай, когда $s > p$.

Пусть $s = kp$, $k > 1$. Учитывая, что число блоков структурированных конкурирующих потоков электроэнергии больше числа конечных потребителей в k раз, выполним разбиение множества блоков на k групп по p блоков в каждой, что равносильно разбиению исходной матрицы времен передачи электрической энергии T^ε на k подматриц по p столбцов в каждой. Взаимодействие источников распределенной генерации, конечных потребителей и блоков с учетом времен их передачи для l -й группы, $l = \overline{1, k}$, можно изобразить в виде линейных диаграмм Ганта. Каждая из этих диаграмм отображает во времени передачу очередных p блоков электрической энергии p потребителям всеми n источниками.

На рис. 4 приведені несовміщені (а) і совміщені (б) послідовальні діаграми Ганта відповідно при $n = 4$, $p = 3$, $s = 9$.

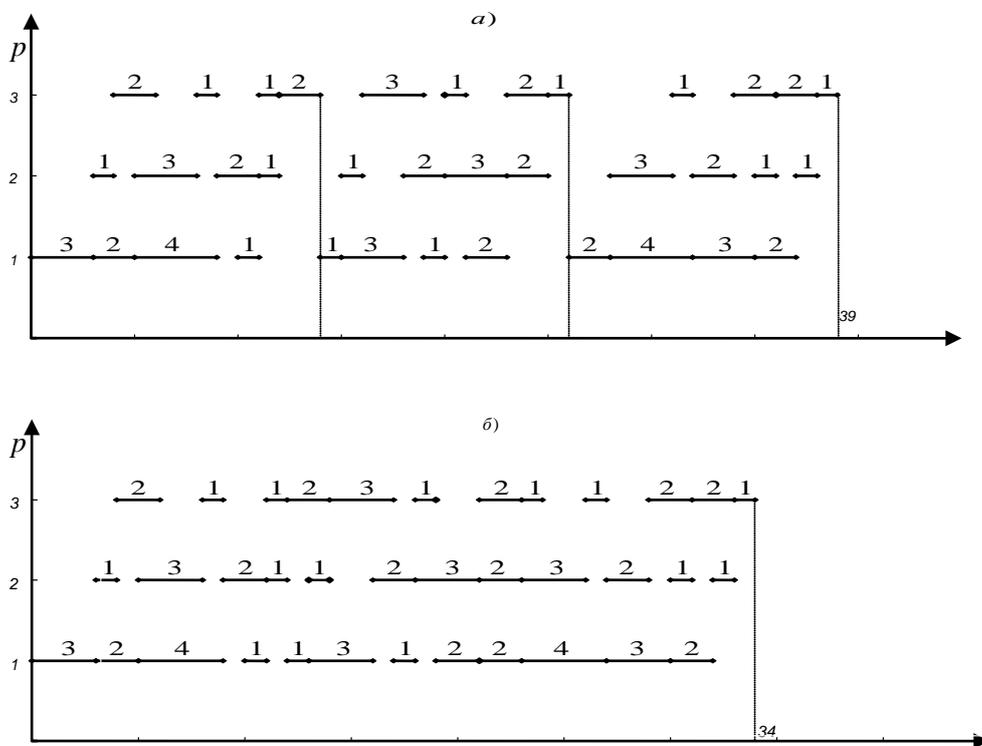


Рис. 4. Несовміщені і совміщені діаграми Ганта

Замітимо, що при $s > p$ неперервність передачі блоків структурованого конкуруючого потоку електричної енергії може порушуватися при переході від l -ї групи блоків до $(l+1)$ -ї, причому для кожної з груп зберігається неперервна передача блоків кожним джерелом.

В подальшому нам знадобляться наступні позначення:

- $t_{ij}^{\varepsilon, l} = t_{ij}^l + \varepsilon = t_{i, (l-1)p+j} + \varepsilon$ – час передачі j -го блоку в l -й групі блоків i -м джерелом розподіленої генерації з урахуванням параметра ε , $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, p}$, $l = \overline{1, k}$;
- CE_l^{ε} – загальна вартість l -ї групи блоків електроенергії, передаваної n джерелами p кінцевим споживачам, $l = \overline{1, k}$;
- $E_{ij}^{\varepsilon, l}$ – час завершення передачі j -го блоку i -м джерелом в l -й групі блоків з урахуванням вартості, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, p}$, $l = \overline{1, k}$.

Відповідно до (1) для всіх $l = \overline{1, k}$ маємо:

$$CE_l^{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1 \leq u \leq p} \left[\sum_{j=1}^u c_{ij}^l (t_{ij}^l + \varepsilon) - \sum_{j=1}^{u-1} c_{i+1, j}^l (t_{i+1, j}^l + \varepsilon) \right] + \sum_{j=1}^p c_{nj}^l (t_{nj}^l + \varepsilon), \quad (2)$$

$$E_{ij}^{\varepsilon, l} = \sum_{q=1}^{i-1} \max_{1 \leq u \leq p} \left[\sum_{w=1}^u c_{qw}^l (t_{qw}^l + \varepsilon) - \sum_{w=1}^{u-1} c_{q+1, w}^l (t_{q+1, w}^l + \varepsilon) \right] + \sum_{w=1}^j c_{iw}^l (t_{iw}^l + \varepsilon).$$

Из анализа диаграмм Ганта, соответствующих каждой из групп блоков, нетрудно заметить, что общая стоимость передачи энергии n источниками распределенной генерации в случае $s = kp$, $k > 1$, определяется как сумма:

$$CE_n^1(p, n, s, \varepsilon) = CE_n^1(p, n, kp, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k CE_l^\varepsilon.$$

Стоимость $CE_n^1(p, n, kp, \varepsilon)$ можно сократить, если воспользоваться приемами совмещением последовательных диаграмм Ганта по оси времени справа налево. В результате получим:

$$CE_n^1(p, n, kp, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k CE_l^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \delta_l, \quad (3)$$

где $\delta_l = \min\{\delta_l', \delta_l''\}$ и обозначает длину отрезка максимально возможного совмещения двух последовательных диаграмм Ганта по оси времени. Здесь δ_l' – отрезок возможного совмещения по оси времени, представляющий собой разность между моментом начала передачи j -го блока первым источником для $(l+1)$ -й группы блоков и моментом завершения передачи j -го блока последним источником для l -й группы блоков, т.е.

$$\delta_l' = \min_{1 \leq j \leq p} \left[CE_l^\varepsilon + \sum_{w=1}^{j-1} c_{1w}^{l+1} t_{1w}^{\varepsilon, l+1} - E_{nj}^{\varepsilon, l} \right] = \min_{1 \leq j \leq p} \left[\sum_{w=j+1}^p c_{nw}^l t_{nw}^{\varepsilon, l} + \sum_{w=1}^{j-1} c_{1w}^{l+1} t_{1w}^{\varepsilon, l+1} \right], \quad l = \overline{1, k-1}, \quad (4)$$

а значение δ_l'' представляет собой разность между началом передачи первого блока i -м распределенным источником для $(l+1)$ -й группы блоков и моментом завершения передачи p -го блока i -м источником для l -й группы блоков, т.е.

$$\delta_l'' = \min_{1 \leq i \leq n} [CE_l^\varepsilon + E_{i1}^{\varepsilon, l+1} - c_{i1}^{l+1} t_{i1}^{\varepsilon, l+1} - E_{ip}^{\varepsilon, l}], \quad l = \overline{1, k-1}. \quad (5)$$

Подставляя в (3) значения T_l^ε из (2), δ_l' из (4) и δ_l'' из (5), получим формулу для нахождения минимальной общей стоимости электрической энергии, передаваемой n источниками распределенной генерации при $s = kp$, $k > 1$, в неоднородной микросети.

В случае $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$, минимальная стоимость энергии будет определяться по формуле:

$$CE_n^1(p, n, kp + r, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k CE_l^\varepsilon + CE_{k+1}^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \delta_l - \delta_k,$$

где CE_{k+1}^ε – стоимость передачи $(k+1)$ -й группы из r блоков всеми n альтернативными источниками, а δ_k – величина максимально допустимого совмещения по оси времени k -й и $(k+1)$ -й диаграмм.

Значения CE_{k+1}^ε и δ_k определяются по формулам:

$$CE_{k+1}^\varepsilon = \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1 \leq u \leq r} \left[\sum_{j=1}^u c_{ij}^{k+1} t_{ij}^{\varepsilon, k+1} - \sum_{j=1}^{u-1} c_{i+1, j}^{k+1} t_{i+1, j}^{\varepsilon, k+1} \right] + \sum_{j=1}^r c_{nj}^{k+1} t_{nj}^{\varepsilon, k+1}, \quad \delta_k = \min\{\delta_k', \delta_k''\},$$

где

$$\delta_k' = \min_{1 \leq j \leq r} \left[\sum_{w=j+1}^p c_{nw}^k t_{nw}^{\varepsilon, k} + \sum_{w=1}^{j-1} c_{1w}^{k+1} t_{1w}^{\varepsilon, k+1} \right],$$

$$\delta_k'' = \min_{1 \leq i \leq n} \left[\begin{aligned} & T_k^\varepsilon + \sum_{q=1}^{i-1} \max_{1 \leq u \leq r} \left(\sum_{j=1}^u c_{qj}^{k+1} t_{qj}^{\varepsilon, k+1} - \sum_{j=1}^{u-1} c_{q+1, j}^{k+1} t_{q+1, j}^{\varepsilon, k+1} \right) - \\ & - \sum_{q=1}^{i-1} \max_{1 \leq u \leq p} \left(\sum_{j=1}^u c_{qj}^k t_{qj}^{\varepsilon, k} - \sum_{j=1}^{u-1} c_{q+1, j}^k t_{q+1, j}^{\varepsilon, k} \right) - \sum_{j=1}^p c_{ij}^k t_{ij}^{\varepsilon, k} \end{aligned} \right].$$

Рассмотрим *однородную* распределенную microgrid, для которой времена передачи блоков электроэнергии потребителям всеми источниками распределенной генерации равны, т.е. $t_{ij} = t_j$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$. Через $CE_o^1(p, n, s, \varepsilon)$ обозначим стоимость потребляемой электрической энергии p конечными потребителями в первом синхронном режиме с учетом дополнительных системных расходов $\varepsilon > 0$. С учетом формулы (1) получим:

$$CE_o^1(p, n, s, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1 \leq u \leq s} \left[\sum_{j=1}^u c_j t_j^\varepsilon - \sum_{j=1}^{u-1} c_j t_j^\varepsilon \right] + \sum_{j=1}^s c_j t_j^\varepsilon = (n-1) \max_{1 \leq j \leq s} c_j t_j^\varepsilon + \sum_{j=1}^s c_j t_j^\varepsilon \quad (6)$$

Далее рассмотрим случай, когда $s = kp$, $k > 1$. По аналогии с неоднородной микросетью введем следующие обозначения:

- $t_j^{\varepsilon, l} = t_{(l-1)p+j} + \varepsilon$ – время передачи каждого из l -х p блоков исходной последовательности t_1, t_2, \dots, t_s , $j = \overline{1, p}$, $l = \overline{1, k}$;
- T_l^ε – общее время передачи l -й группы блоков всеми n альтернативными источниками p конечным потребителям, $l = \overline{1, k}$;
- $E_j^{\varepsilon, l}$ – время завершения передачи $[(l-1)p+j]$ -го блока электроэнергии всеми n источниками j -му потребителю, $j = \overline{1, p}$, $l = \overline{1, k}$.

В силу формулы (6) для всех $l = \overline{1, k}$ имеем:

$$T_l^\varepsilon = \sum_{j=1}^p c_j^l (t_j^l + \varepsilon) + (n-1) \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon), \quad E_j^{\varepsilon, l} = \sum_{w=1}^j c_w^l (t_w^l + \varepsilon) + (n-1) \max_{1 \leq w \leq p} c_w^l (t_w^l + \varepsilon). \quad (7)$$

Общее минимальное время передачи энергии n однородными распределенными источниками в случае $s = kp$, $k > 1$, определяется как сумма длин составляющих диаграмм Ганта с учетом их суммарного максимально допустимого совмещения по оси времени, т.е.

$$T_o^1(p, n, s, \varepsilon) = T_o^1(p, n, kp, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \varphi_l,$$

где $\varphi_l = \min\{\varphi_l', \varphi_l''\}$, $l = \overline{1, k-1}$. Величины φ_l' и φ_l'' представляют собой временные отрезки максимально допустимого совмещения процессов l -й и $(l+1)$ -й групп блоков. Здесь T_l^ε , $l = \overline{1, k}$ находится из (7), а φ_l' и φ_l'' вычисляются по следующим формулам:

$$\varphi_l' = \min_{1 \leq j \leq p} \left[\sum_{w=j+1}^p c_w^l (t_w^l + \varepsilon) + \sum_{w=1}^{j-1} c_w^{l+1} (t_w^{l+1} + \varepsilon) \right], \quad (8)$$

$$\varphi_l'' = \min_{1 \leq i \leq n} \left[(i-1) \max_{1 \leq j \leq p} c_j^{l+1} (t_j^{l+1} + \varepsilon) + (n-i) \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon) \right], \quad l = \overline{1, k-1}.$$

Можно заметить, что в случае, когда $\max_{1 \leq j \leq p} c_j^{l+1} (t_j^{l+1} + \varepsilon) > \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon)$, минимум выражения (8) достигается при $i=1$, а в случае, когда $\max_{1 \leq j \leq p} c_j^{l+1} (t_j^{l+1} + \varepsilon) < \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon)$, минимум достигается при $i=n$. Если же $\max_{1 \leq j \leq p} c_j^{l+1} (t_j^{l+1} + \varepsilon) = \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon)$, то при любых значениях i , $i = \overline{1, n}$, выражение (8) будет принимать одно и то же значение. Учитывая это, можно записать:

$$\varphi_l'' = \min \left[(n-1) \max_{1 \leq j \leq p} c_j^{l+1} (t_j^{l+1} + \varepsilon), (n-1) \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon) \right] =$$

$$= (n-1) \min \left[\max_{1 \leq j \leq p} c_j^{l+1} (t_j^{l+1} + \varepsilon), \max_{1 \leq j \leq p} c_j^l (t_j^l + \varepsilon) \right], \quad l = \overline{1, k-1}.$$

В случае $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$, минимальное общее время передачи энергии n однородными источниками определяется по формуле:

$$T_o^1(p, n, s, \varepsilon) = T_o^1(p, n, kp + r, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon + T_{k+1}^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \varphi_l - \varphi_k,$$

где T_{k+1}^ε – время передачи $(k+1)$ -х r блоков для всех n источниками, а φ_k – величина максимально допустимого совмещения по оси времени k -й и $(k+1)$ -й диаграмм. Значения T_{k+1}^ε и φ_k определяются соответственно по формулам:

$$T_{k+1}^\varepsilon = (n-1) \max_{1 \leq j \leq r} c_j^{k+1} (t_j^{k+1} + \varepsilon) + \sum_{j=1}^r c_j^{k+1} (t_j^{k+1} + \varepsilon), \quad \varphi_k = \min\{\varphi_k', \varphi_k''\},$$

где

$$\varphi_k' = \min_{1 \leq j \leq r} \left[\sum_{w=1}^{j-1} c_w^{k+1} (t_w^{k+1} + \varepsilon) + \sum_{w=j+1}^p c_w^k (t_w^k + \varepsilon) \right],$$

$$\varphi_k'' = (n-1) \min \left[\max_{1 \leq j \leq r} c_j^{k+1} (t_j^{k+1} + \varepsilon), \max_{1 \leq j \leq p} c_j^k (t_j^k + \varepsilon) \right].$$

Таким образом, имеет место теорема.

Теорема 1. Если взаимодействие источников распределенной генерации электрической энергии, конечных потребителей и блоков структурированных конкурирующих потоков электроэнергии осуществляется в первом базовом синхронном режиме, то для любых $p \geq 2$, $n \geq 2$, $s \geq 2$, минимальная общая стоимость потребляемой

электрической энергии в однородной распределенной микросети с учетом параметра $\varepsilon > 0$, определяется следующим образом:

$$CE_o^1(p, n, s, \varepsilon) = \begin{cases} (n-1) \max_{1 \leq j \leq s} c_j t_j^\varepsilon + \sum_{j=1}^s c_j t_j^\varepsilon, & s \leq p, \\ \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\varphi_l', \varphi_l''\}, & s = kp, k > 1, \\ \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon + T_{k+1}^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \varphi_l - \varphi_k, & s = kp + r, k \geq 1, 1 \leq r < p. \end{cases}$$

Обозначим через $CE_{op}^1(p, n, s, \varepsilon)$ минимальную общую стоимость электрической энергии в одинаково распределенной микросети.

Теорема 2. Если взаимодействие источников распределенной генерации электрической энергии, конечных потребителей и блоков структурированных конкурирующих потоков электроэнергии подчинено условиям первого базового синхронного режима, то для любых $p \geq 2, n \geq 2, s \geq 2, \varepsilon > 0$, минимальная общая стоимость потребляемой электрической энергии в одинаково распределенной микросети определяется по формулам:

$$CE_{op}^1(p, n, s, \varepsilon) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n c_i t_i^\varepsilon + (s-1) \left[c_n t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - c_i t_i^\varepsilon, 0\} \right], & s \leq p, \\ kT_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) - (k-1) \min\{\omega_1, \omega_2\}, & s = kp, k > 1, \\ kT_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) + T_{op}^1(p, n, r, \varepsilon) - \\ - (k-1) \min\{\omega_1, \omega_2\} - \min\{\xi_1, \xi_2\}, & s = kp + r, k \geq 1, 1 \leq r < p. \end{cases}$$

Доказательство. При $s \leq p$, подставив в (1) значения $t_{ij} = t_i$ и выполнив несложные преобразования, получим:

$$\begin{aligned} CE_{op}^1(p, n, s, \varepsilon) &= \sum_{i=1}^{n-1} \max_{1 \leq u \leq s} \left[\sum_{j=1}^u c_j t_j^\varepsilon - \sum_{j=1}^{u-1} c_{j+1} t_{j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{j=1}^s c_n t_n^\varepsilon = \sum_{i=1}^{n-1} \max [s c_i t_i^\varepsilon - (s-1) c_{i+1} t_{i+1}^\varepsilon] + s c_n t_n^\varepsilon = \\ &= \sum_{i=2}^n \max [(s-1) c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon + c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - (s-1) c_i t_i^\varepsilon] + (s-1) c_n t_n^\varepsilon + c_n t_n^\varepsilon = \\ &= \sum_{i=2}^n \max [(s-1)(c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - c_i t_i^\varepsilon) + c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon] + (s-1) c_n t_n^\varepsilon + c_n t_n^\varepsilon = \left(\sum_{i=2}^n c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon + c_n t_n^\varepsilon \right) + \\ &+ \left(\sum_{i=2}^n \max [(s-1)(c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - c_i t_i^\varepsilon)] + (s-1) c_n t_n^\varepsilon \right) = \sum_{i=1}^n c_i t_i^\varepsilon + (s-1) \left[c_n t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - c_i t_i^\varepsilon, 0\} \right] \end{aligned}$$

В случае, когда $s = kp, k > 1$, времена передачи каждого p блоков всеми n альтернативными источниками равны между собой. Поэтому:

$$T_{op}^1(p, n, kp, \varepsilon) = kT_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) - (k-1) \min\{\omega_1, \omega_2\},$$

где $T_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) = \sum_{i=1}^n c_i t_i^\varepsilon + (p-1) \left[c_n t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - c_i t_i^\varepsilon, 0\} \right]$, а величины ω_1 и ω_2

представляют собой временные отрезки максимально возможного совмещения l -й и $(l+1)$ -й диаграмм Ганта:

$$\omega_1 = (p-1) \min\{c_1 t_1^\varepsilon, c_n t_n^\varepsilon\}, \quad \omega_2 = T_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) - p \max_{1 \leq i \leq n} c_i t_i^\varepsilon.$$

В случае $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$, $T_{op}^1(p, n, kp + r, \varepsilon)$ определяется по формуле:

$$T_{op}^1(p, n, kp + r, \varepsilon) = kT_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) + T_{op}^1(p, n, r, \varepsilon) - (k-1) \min\{\omega_1, \omega_2\} - \xi.$$

Здесь $T_{op}^1(p, n, r, \varepsilon) = \sum_{i=1}^n c_i t_i^\varepsilon + (r-1) \left[c_n t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{c_{i-1} t_{i-1}^\varepsilon - c_i t_i^\varepsilon, 0\} \right]$, а $\xi = \min\{\xi_1, \xi_2\}$ –

величина отрезка максимально возможного совмещения по оси времени k -й и $(k+1)$ -й диаграмм, где

$$\xi_1 = (r-1) \min\{c_1 t_1^\varepsilon, c_n t_n^\varepsilon\} + (p-r) c_n t_n^\varepsilon,$$

$$\xi_2 = T_{op}^1(p, n, p, \varepsilon) - \max_{1 \leq i \leq n} (T_{op}^1(p, i, p, \varepsilon) - T_{op}^1(p, i, r, \varepsilon) + r c_i t_i^\varepsilon).$$

Теорема доказана.

Заключение. В работе исследован синхронный режим функционирования распределенной микроэнергетической системы и получены математические соотношения для определения минимального общего времени выполнения неоднородных, однородных и одинаково распределенных процессов при формировании динамической (в режиме реального времени) стоимости электроэнергии. Полученные математические выражения для нахождения минимальной удельной и общей стоимости потребляемой электрической энергии являются отправной точкой в исследованиях и анализе и решении задач оптимизации с учетом параметров моделей неоднородных, однородных и одинаково распределенных microgrid в синхронном режиме.

Список использованной литературы

1. P. Yi, X. Dong, A. Iwayemi, C. Zhou, and S. Li, "Real-time opportunistic scheduling for residential demand response," IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 4, no. 1, pp. 227–234, March 2013.
2. B.-G. Kim, Y. Zhang, M. van der Schaar, and J.-W. Lee, "Dynamic pricing for smart grid with reinforcement learning," in IEEE CCSES (IEEE INFOCOM Workshop), 2014.
3. J.-W. Lee and D.-H. Lee, "Residential electricity load scheduling for multi-class appliances with time-of-use pricing," in IEEE GLOBECOM Workshops, 2011.
4. A.-H. Mohsenian-Rad and A. Leon-Garcia, "Optimal residential load control with price prediction in real-time electricity pricing environments," IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 1, no. 2, pp. 120–133, Sept. 2010.
5. Каплун В.В., Павлов П.А., Штепа В.Н., Каплун Р.В. Асинхронный режим функционирования микроэнергетической системы // Вестник Киевского национального университета технологий и дизайна. – 2016. – №5(102). – С. 45–56.
6. Павлов П.А., Коваленко Н.С. Математическое моделирование параллельных процессов. – Germany: Lambert Academic Publishing. – 2011. – 246 с.

References

- 1 Yi P., Dong X., Iwayemi A., Zhou C., and Li S. (2013). "Real-time opportunistic scheduling for residential demand response," IEEE Transactions on Smart Grid // March, vol. 4, no. 1, pp. 227–234.
- 2 Kim B.-G., Zhang Y., Schaar M., and Lee J.-W. (2014) "Dynamic pricing for smart grid with reinforcement learning," in IEEE CCSES (IEEE INFOCOM Workshop).
- 3 Lee J.-W., Lee D.-H. (2011) "Residential electricity load scheduling for multi-class appliances with time-of-use pricing," in IEEE GLOBECOM Workshops.
- 4 Mohsenian-Rad A.-H., Leon-Garcia A. (2010) "Optimal residential load control with price prediction in real-time electricity pricing environments," IEEE Transactions on Smart Grid. Sept., vol. 1, no. 2, pp. 120–133.
- 5 Kaplun V.V., Pavlov P.A., Shtepa V.N., Kaplun R.V. (2016) Asinkhronnyy rizhim funktsionirovaniya mikroenergeticheskoy sistemy [Asynchronous functioning mode of micropower system] Kyiv. Bulletin of the Kyiv National University of Technologies and Design. no 5(102). pp. 45–56. [in Russian].
- 6 Pavlov P.A., Kovalenko N.S. (2011) Matematicheskoe modelirovanie parallel'nykh protsessov [Mathematical modeling of parallel processes] Germany: Lambert Academic Publishing. - 246 p. [in Russian].

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОЇ ВАРТОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ У МІКРОЕНЕРГЕТИЧНІЙ СИСТЕМІ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ В СИНХРОННОМУ РЕЖИМІ

КАПЛУН В.В.¹, ПАВЛОВ П.А.², ШТЕПА В.Н.¹, КАПЛУН Р.В.¹

*Київський національний університет технологій та дизайну¹
Поліський державний університет, Республіка Білорусь²*

Мета. Розробити математичну модель для дослідження принципів формування динамічної вартості електроенергії в масштабованих мікроенергетичних системах з розподіленими джерелами у синхронному режимі.

Методика. Для вирішення поставлених математичних задач застосовані принципи структурування, конвейеризації, а також методи дискретних систем, теорії розкладів, теорії графів, лінійних діаграм Ганта і алгебри матриць.

Результати. В роботі досліджено синхронний режим функціонування розподіленої мікроенергетической системи і одержані математичні співвідношення для визначення мінімального загального часу виконання неоднорідних, однорідних і однаково розподілених процесів при формуванні динамічної (в режимі реального часу) вартості електроенергії.

Наукова новизна. Вперше одержана математична модель формування динамічної вартості електроенергії мікромережі з розподіленими джерелами, в основу якої покладено ресурсно-процесний похід, що дало можливість вирішувати завдання оптимізації з урахуванням параметрів неоднорідних, однорідних і однаково розподілених microgrid в синхронному режимі.

Практична цінність. Отримані результати створюють передумови для вирішення завдань, пов'язаних з математичним моделюванням функціонування інтелектуальних масштабованих мікросетей з розподіленими джерелами електроенергії в синхронному режимі, визначення процедур їх аналізу та створення алгоритмів управління.

Ключові слова: моделювання, інтелектуальні масштабовані мікромережі, розподілені джерела електроенергії, синхронний режим, вартість електроенергії.

**SIMULATION OF DYNAMIC ELECTRICITY PRICING IN MICROGRID WITH
DISTRIBUTED SOURCES IN SYNCHRONOUS MODE**

KAPLUN V.V.¹, PAVLOV P.A.², SHTEPA V.N.¹, KAPLUN R.V.¹

Kyiv National University of Technologies & Design¹

Polessky State University, Republic of Belarus²

Goal. *To develop a mathematical model for studying the formation principles of the dynamic electricity pricing in scalable microgrid with distributed sources in synchronous mode.*

Methods. *To solve the mathematical problems, the principles of structuring, pipelining, as well as methods of discrete systems, scheduling theory, graph theory, linear Gant diagrams and matrix algebras are applied.*

Results. *The synchronous mode of functioning of the distributed microenergy system is investigated and mathematical relationships are obtained for determining the minimum total time for performing heterogeneous, homogeneous and identically distributed processes in the formation of the dynamic (in real time) cost of electricity.*

Originality. *For the first time, a mathematical model of the formation of the dynamic electricity pricing of a microgrid with distributed sources using a theory of using theory of processes and resources, which made it possible to solve optimization problems taking into account the parameters of heterogeneous, homogeneous and identically distributed microgrid in synchronous mode.*

The practical significance. *The obtained results create prerequisites for solving problems related to mathematical modeling of the functioning of intelligent scalable microgrid with distributed sources of electric power in synchronous mode, determining the procedures for their analysis and creating control algorithms.*

Keywords: *modeling, intelligent scalable microgrids, distributed power sources, synchronous mode, electric power cost.*