ЛІТЕРАТУРА

1. Пак Чжэ Ву. Су Джок семянотерапия. – М.: Су Джок Академия, 2010, – 265 с.
2. http://likar.blox.ua/2010/01/Ploskostopist.html
3. http://ceragem.vn.ua/ua/metody_likuvannya/akupresura/
4. Пат. РФ № 2124303, МПК: А43В17/00. Вкладная стелька/Моргенштерн Элке (DE); Продомо С.А. (LU).—№ 96119358/12; Заявлено 22.02.1995; Опубл. 10.01.1999.
5. Пат. на полезную модель РФ № 22006, МПК: А43В17/18. Комплект лечебно-профилактических вкладных стелек/ Глоцер Ю.А., Гуревич М.А. (РФ); Общество с ограниченной ответственностью «БФГ Трейдинг» (РФ).—№ 2001122488/20; Заявлено 16.08.2001; Опубл. 10.03.2002.
6. Пат. на полезную модель РФ № 86850, МПК: А43В17/00. Стелька для обуви /Воронкевич А.М. (BY); Воронкевич А.М. (BY).—№ 2009118710/22; Заявлено18.05.2009; Опубл. 20.09.2009.
7. Пат. на полезную модель РФ № 39818, МПК: А43В17/00. Вкладная массажная стелька Леонтьева/ Леонтьев П.В. (RU); Леонтьев П.В. (RU).—№ 2004113503/22; Заявлено 05.05. 2004; Опубл. 20.08.2004.

Надійшла 17.07.2010

УДК 685.3

АЛГОРИТМ ЗНАХОДЖЕННЯ ВЕКТОРА ЗСУВУ РЯДІВ ПРИ ПОБУДОВІ ЩІЛЬНИХ РЕШІТЧАСТИХ УКЛАДОК

В.І. ЧУПРИНКА, А.В. ПІНЧУК, В.С. МУРЖЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі розглянуто алгоритми, що реалізовані в програмне забезпечення, яке дозволяє знаходити вектор зсуву рядів при побудові щільних решітчастих укладок для плоских геометричних об'єктів.

Одним з показників технологічності моделі є укладуваність деталей комплекту, яка характеризує щільність їх укладки при суміщенні. Для кожної нової моделі визначається показник укладуваності шляхом побудови так званих модельних шкал. Для кожної деталі комплекту будуються паралелограми суміщення. При цьому використовується прямолінійно – поступальна система розміщення шаблонів.

Для визначення показника укладуваності слід знайти найбільш щільну укладку деталей у паралелограмі. Таке суміщення забезпечує мінімальні міжшаблонні відходи при розкрої матеріалу.

Об'єкти та методи дослідження

При побудові щільних решітчастих укладок та регулярних розкрійних схем нам необхідно знати параметри решітки, на базі якої будується щільна укладка або схема розкрою. Для знаходження вектора зсуву рядів a_2 подвійної решітки W щільно суміщаються дві нерухомі деталі, (полюси деталей в точках F та E). Навколо кожної із нерухомих деталей будується годограф із рухомою деталлю та визначаються точки перетину годографів (точки A та B) (рис. 1). Проводиться вектор $a_2=AB$, який сполучає точки перетину двох годографів. Знаходимо точки C та D з умови, що $BC=AD=FE$ та $BC \| AD \| EF$.

Так як ГВФЩР ми завжди представляємо у вигляді многокутників, то задача пошуку вектора зсуву рядів a_2 зводиться до задачі пошуку точок перетину на годографах, що побудовані навколо двох щільно суміщених однакових та однаково орієнтованих деталей (рис.1). Тому нам необхідно мати ефективний алгоритм знаходження точок перетину двох многокутників. Будимо вважати, що зовнішній контур ГВФЩР має тільки дві вершини на будь-якій стороні многокутника, тобто i-а, i+1-а та i+k-а вершини, де $i=1,2,\ l$; $k=2,3,..$ не лежать на одній прямій. Якщо є такі випадки, їх легко усунути застосувавши алгоритм ущільнення інформації.

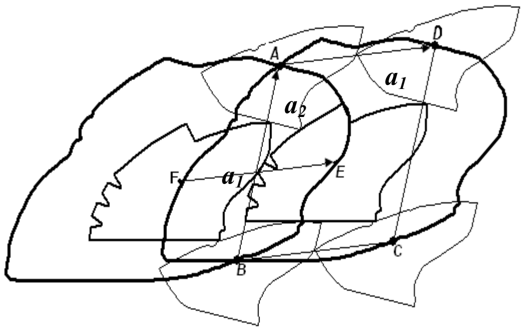

Рис. 1. **Знаходження вектора зсуву рядів a_2**

Постановка завдання

Нехай маємо два многокутники P та R відповідно з координатними вершин (Xp_i, Yp_i), $i=1,2..n$ та (Xr_j,Yr_j), $j=1,2..m$. Знайти всі точки перетину цих многокутників, тобто всі точки (Xq_i,Yq_i), $k=1,2,..q$, які одночасно належать многокутникам P та R.

Результати та їх обговорення

Так як сторони многокутника представляють собою відрізки, то цю задачу можна звести до задачі пошуку перетину відрізків. В [1] було детально розглянуто необхідну та достатню умову перетину двох відрізків. Тому ми на цьому питанні зупинятись не будемо.

Розглянемо алгоритм пошуку точок перетину двох многокутників. В алгоритмі можна виділити наступні пункти:

1. Представимо зовнішні контури многокутників P та R в аналітичному виді. Матимемо

$$P:\ \begin{cases} x = (Xp_{i+1} - Xp_i)\cdot t_i + Xp_i \\ y = (Yp_{i+1} - Yp_i)\cdot t_i + Yp_i \end{cases},\qquad \text{де}\quad \begin{matrix} t_i \in [0,1) \\ i = 1,2..n-1 \end{matrix}\ ; \tag{1}$$

$$R:\ \begin{cases} x = (Xr_{j+1} - Xr_j)\cdot \tau_j + Xr_j \\ y = (Yr_{j+1} - Yp_j)\cdot \tau_j + Yr_j \end{cases},\qquad \text{де}\quad \begin{matrix} \tau_j \in [0,1) \\ j = 1,2..m-1 \end{matrix}\ , \tag{2}$$

де Xp_n=Xp_1, Yp_n=Yp_1 та Xr_m=Xr_1, Yr_m=Yr_1.

З виразів (1) та (2) легко отримати рівняння прямих, ділянками яких будуть відповідно i-а j-а сторона многокутників P та R. Матимемо

$$P_i\text{:}\ \ Ap_i\cdot x+Bp_i\cdot y+Cp_i=0, \tag{3}$$

де

$$Ap_i=Xp_{i+1}-Xp_i;$$

$$Bp_i=Yp_i-Xp_{i+1};$$

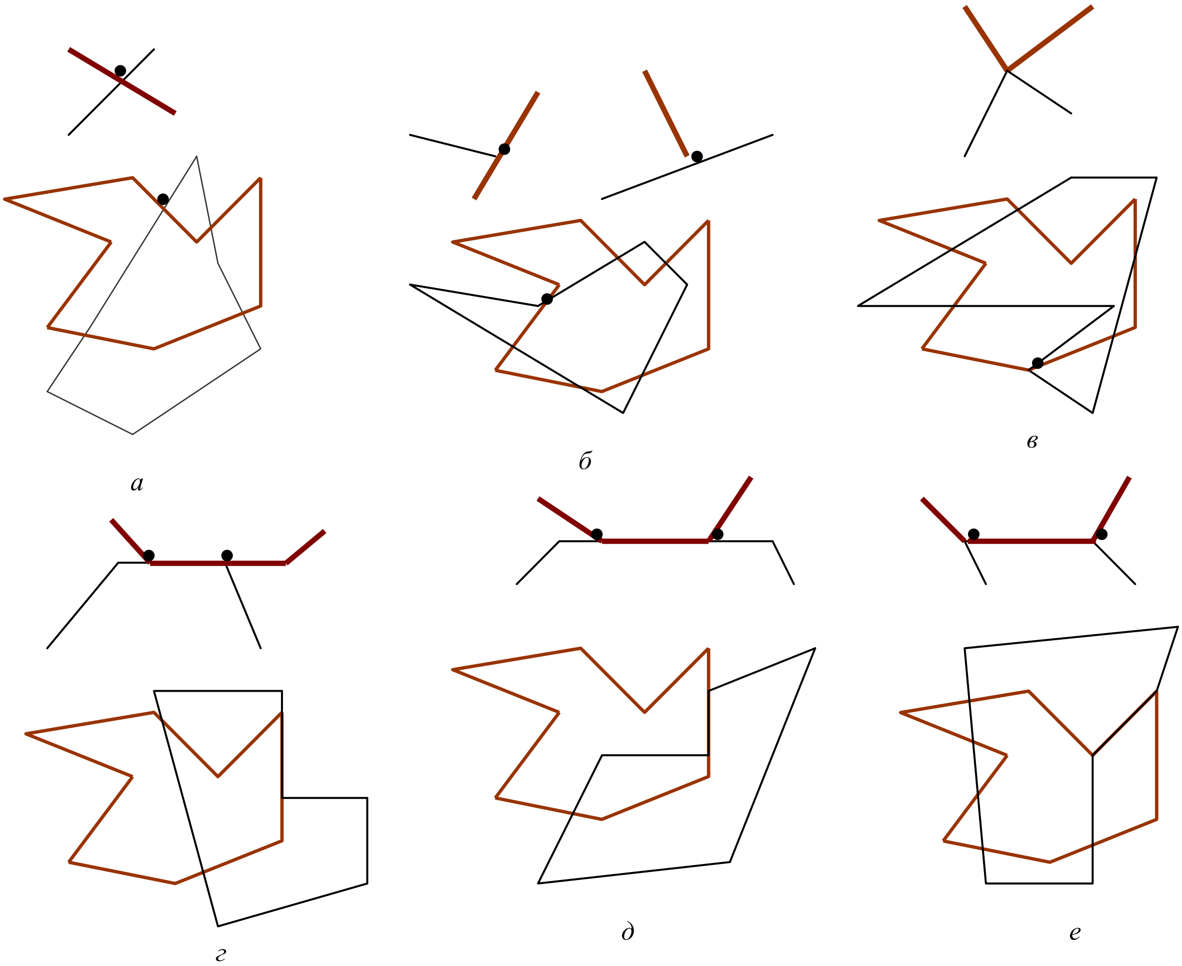

Рис. 2. **Перетин двох багатокутників**

$$Cp_i=Xp_{i+1}\cdot Yp_i-Xp_i\cdot Yp_{i+1};$$

$$R_j:\ Ar_j\cdot x+Br_j\cdot y+Cr_j=0, \qquad (4)$$

де

$$Ar_j=Xr_{j+1}-Xr_j;$$

$$Br_j=Yr_j-Xr_{j+1};$$

$$Cr_j=Xr_{j+1}\cdot Yr_j-Xr_j\cdot Yr_{j+1};$$

та $j=1,2..m-1,\quad i=1,2..n-1.$

Для $i=1,2..n-1$ та $j=1,2..m-1$ визначаємо визначник Δ_{ij}

$$\Delta_{ij}=\begin{vmatrix} Ap_i & \cdot Bp_i \\ Ar_j & Br_j \end{vmatrix}=Ap_i\cdot Br_j-Ar_j\cdot Bp_i. \qquad (5)$$

Якщо визначник $\Delta_{ij}\neq 0$, то переходимо до пункту 3, інакше переходимо до пункту 4.

3. Розв’язавши систему рівнянь (3-4)знаходимо можливі спільні точки O_{ij} (X_{ij}, Y_{ij})для зовнішніх контурів многокутників P та R, де

$$X_{ij}=\frac{\begin{vmatrix}Cp_i & Bp_i\\ Cr_j & Br_j\end{vmatrix}}{\Delta_{ij}}=\frac{Cp_i\cdot Br_j-Cr_j\cdot Bp_i}{\Delta_{ij}}\quad . \tag{6}$$

$$Y_{ij}=\frac{\begin{vmatrix}Ap_i & Cp_i\\ Ar_j & Cr_j\end{vmatrix}}{\Delta_{ij}}=\frac{Ap_i\cdot Cr_j-Ar_j\cdot Cp_i}{\Delta_{ij}}$$

Якщо X_{ij} та Y_{ij} задовольняють наступній системи нерівностей, яку легко отримати із виразів (1) та (2) розв'язавши їх відносно t_i та τ_j,

$$\begin{cases}0\le\dfrac{X_{ij}-Xp_i}{Xp_{i+1}-Xp_i}\le 1\\ 0\le\dfrac{Y_{ij}-Yp_i}{Yp_{i+1}-Yp_i}\le 1\\ 0\le\dfrac{X_{ij}-Xr_j}{Xr_{j+1}-Xr_j}\le 1\\ 0\le\dfrac{Y_{ij}-Yr_j}{Yr_{j+1}-Yr_j}\le 1\end{cases} \tag{7}$$

то точки $O_{i\,j}$ $(X_{i\,j}, Y_{i\,j})$ є шуканими точками. Якщо знайдені точки не задовольняють нерівностям, то ці точки відкидаємо.

В цьому пункті ми охопили три випадки:

– коли дві сторони многокутників перетинаються (рис.2.а);

– коли вершина одного многокутника дотикається до сторони іншого многокутника (рис.2.б);

– коли вершини многокутників співпадають (рис.2.в).

4. У випадку, коли $\Delta_{ij}=0$, то дві порівнювані сторони многокутників *P* та *R* просто паралельні та не мають спільної ділянки, або мають спільну ділянку, яку треба знайти. Для того, щоб визначити, чи сторони многокутників мають спільну ділянку необхідно координати однієї із вершин $Г_i(Xp_i, Yp_i)$, активної сторони многокутника *P* підставити у рівняння активної сторони (4) многокутника *R*, або координати однієї із вершин $R_j(Xr_j, Yr_j)$, активної сторони многокутника *R* підставити у рівняння активної сторони (3) многокутника *P*, тобто перевірити чи виконується одна із наступних тотожностей

$$Ar_j\cdot Xp_i+Br_j\cdot Yp_i+Cr_j\equiv 0, \tag{8}$$

$$Ap_i\cdot Xr_j+Bp_i\cdot Yr_j+Cp_i\equiv 0. \tag{9}$$

Якщо жодна із тотожностей не виконується, то активні сторони просто паралельні та ми виключаємо їх з розгляду, інакше активні сторони мають спільну ділянку, яку необхідно знайти (рис. 1, *г– е*).

Зупинимося на випадку, коли виконується одна з тотожностей (8-9). В цьому випадку ми матимемо не одну спільну точку, а множину точок, що лежать на спільному відрізку активних сторін (рис. 1.*г*-*е*).

Для знаходження цього спільного відрізка нам потрібно знайти його крайні точки. Можливі чотири варіанти розташування цього спільного відрізка:

– він починається з початком одного активного відрізка та закінчується в будь-якій точці на цьому відрізку (рис. 2.*г*);

– він починається з початком одного активного відрізка та закінчується в кінці цього відрізка (рис. 2.*д*);

– коли активні відрізки рівні і співпадають, то він починається з початком будь-якого активного відрізка та закінчується в кінці цього відрізка (рис. 2.*е*);

– активні відрізки лежать на одній прямій та не мають спільних точок.

Розглядаємо випадок коли активні відрізки не паралельні одній з осей координат. У випадку, коли активні відрізки паралельні одній із осей координат, задача тривіальна і ми на ній зупинятись не будемо.

Для визначення початкової і кінцевої точки на спільному відрізку обчислимо вирази (10) або (11).

$$Tp1_{ij} = \frac{Xr_j - Xp_i}{Xp_{i+1} - Xp_i}$$
$$Tp2_{ij} = \frac{Xr_{j+1} - Xp_i}{Xp_{i+1} - Xp_i}$$
$$Tr1_{ij} = \frac{Xp_i - Xr_j}{Xr_{j+1} - Xr_j}$$
$$Tr2_{ij} = \frac{Xp_{i+1} - Xr_j}{Xr_{j+1} - Xr_j}$$

або

$$Qp1_{ij} = \frac{Yr_j - Yp_i}{Yp_{i+1} - Yp_i}$$
$$Qp2_{ij} = \frac{Yr_{j+1} - Yp_i}{Yp_{i+1} - Yp_i}$$
$$Qr1_{ij} = \frac{Yp_i - Yr_j}{Yr_{j+1} - Yr_j}$$
$$Qr2_{ij} = \frac{Yp_{i+1} - Yr_j}{Yr_{j+1} - Yr_j} \quad (11)$$

Нехай це будуть вирази (10). Серед $Tp1_{ij}$, $Tp2_{ij}$, $Tr1_{ij}$, $Tr2_{ij}$ ті, значення яких більше або дорівнюють нулю та менше або дорівнюють одиниці. Таких значень буде два T_1 та T_2 або дві пари співпадаючих у випадку, коли активні відрізки рівні і співпадають, то він починається з початком будь-якого активного відрізка та закінчується в кінці цього відрізка (рис. 2.*е*). Кожне із вибраних значень T_1 та T_2 матиме відповідно свій ключ $T_1 \cdot PP$ та $T_2 \cdot PP$. Якщо це значення вибране із пари $Tp1_{ij}$, $Tp2_{ij}$, то $T_1 \cdot PP$ ($T_2 \cdot PP)=0$, інакше $T1 \cdot PP$ ($T_2 \cdot PP)=1$. Тоді координати крайніх точок $A(Xa,Ya)$ та $B(Xb,Yb)$ спільного відрізку для двох многокутників використавши аналітичний опис многокутників (1-2) обчислюються наступним чином

$$Xa = \begin{cases} (Xp_{i+1} - Xp_i) \cdot T_1 + Xp_i, & коли \quad T_1 \cdot PP = 0 \\ (Xr_{j+1} - Xr_j) \cdot T_1 + Xr_j, & коли \quad T_1 \cdot PP = 1 \end{cases}; \tag{12}$$

$$Ya = \begin{cases} (Yp_{i+1} - Yp_i) \cdot T_1 + Yp_i, & коли \quad T_1 \cdot PP = 0 \\ (Yr_{j+1} - Yr_j) \cdot T_1 + Yr_j, & коли \quad T_1 \cdot PP = 1 \end{cases} \tag{13}$$

$$Xb = \begin{cases} (Xp_{i+1} - Xp_i) \cdot T_2 + Xp_i, & коли \quad T_2 \cdot PP = 0 \\ (Xr_{j+1} - Xr_j) \cdot T_2 + Xr_j, & коли \quad T_2 \cdot PP = 1 \end{cases}; \tag{14}$$

$$Yb = \begin{cases} (Yp_{i+1} - Yp_i) \cdot T_2 + Yp_i, & коли \quad T_2 \cdot PP = 0 \\ (Yr_{j+1} - Yr_j) \cdot T_2 + Yr_j, & коли \quad T_2 \cdot PP = 1 \end{cases}. \tag{15}$$

Виконавши пункти 1–4 алгоритму та використавши вирази (11–15) при обчисленні ми знайдемо всі точки перетину та спільні ділянки у многокутників, якщо такі існують.

Висновки

Всі розглянуті задачі реалізовані в програмному продукті в середовищі програмування Delphi для операційної системи Windows. Розроблене програмне забезпечення було використано при побудові щільних решітчастих укладок для плоских геометричних об’єктів.

Представлена розробка після незначних змін може з успіхом використовуватися в інших галузях промисловості.

ЛІТЕРАТУРА

1. Чупринка В.І. Алгоритм інтерактивної побудови та коригування схем розкрою. / В.І. Чупринка, О.В. Чебанюк // Вісник КНУТД –2007. – №1. – С. 31–35.

Надійшла 17.07.2010