УДК 681.5.01:512

ДІАГРАМИ ЕЙЛЕРА-ВЕННА В КОНСТРУКТИВНОМУ ДОКАЗІ ІСТИННОСТІ ВИСЛОВЛЮВАНЬ В БУЛЕВІЙ АЛГЕБРІ

Студ. А.В. Полюшкевич, гр. БЕК-1-15
Наук. керівник доц. О.Л. Блохін
Київський національний університет технологій та дизайну

Булева алгебра — розділ математики, що вивчає логічні вирази та операції. Логічні вирази являють собою висловлювання — деякі твердження, яким завжди можна зіставити одне з двох логічних значень: false або true. Для порівняння, елементарна алгебра займається арифметичними виразами та операціями. Довести закон алгебри висловлювань можна трьома способами. Зокрема 1 спосіб – побудувати таблицю істинності, 2 - виконати еквівалентні перетворення над правою та лівою частинами формули для приведення їх до одного вигляду, 3 - за допомогою діаграм Ейлера-Венна.

Діаграма Ейлера-Венна – це діаграма, що показує можливі логічні відношення для скінченого набору множин. Діаграма Венна була придумана приблизно в 1880 році Джоном Венном. Дані діаграми використовуються для вивчення теорії множин, та ілюстрування простих співвідношень в теорії ймовірностей, логіці, статистиці, мовознавстві та інформатиці.

Як було сказано, в логіці широко використовуються два підходи — аксіоматичний і конструктивний. При аксіоматичному доведенні використовується жорстка система аксіом. Всі інші тотожності необхідно подавати через ці закони. При конструктивному ж доказі можна скористатися системою конструкцій, прикладами яких є діаграма Ейлера — Венна і таблиця істинності. Продемонструємо приклад. Для доказу простої тотожності ($a \wedge 0 = 0$) прихильник аксіоматичного підходу призведе приблизно такий ланцюжок перетворень:

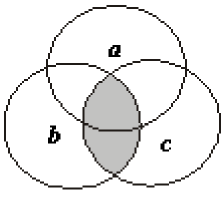
$$a \wedge 0 = a \wedge (\neg a \wedge a) = (a \wedge \neg a) \wedge a = ((a \wedge \neg a) \vee 0) \wedge a =$$
$$= ((a \wedge \neg a) \vee (a \wedge \neg a)) \wedge a = (a \wedge (\neg a \vee a)) \wedge a = (\neg a \wedge 1) \wedge a = \neg a \wedge a = 0 .$$

І зробить він це тільки заради того, щоб формально прив'язатися до проголошеної вище системі аксіом. Для конструктивіста ж вихідна тотожність практично не потребує жодних доказів.

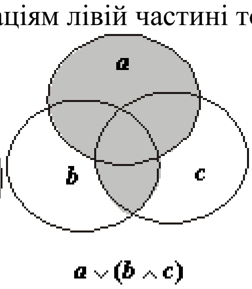
Картина виглядає протилежним чином у відношенні, наприклад, закону дистрибутивності. Аксиоматик в даному випадку не робить ніяких дій, а прихильник конструктивного підходу зобов'язаний продемонструвати еквівалентність лівої і правої частин тотожності:

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c).$$

Проведемо доказ за допомогою діаграм Ейлера – Венна. Побудуємо дві діаграми, зображені на рис., які відповідають двом операціям лівій частині тотожності.



$b \wedge c$



$a \vee (b \wedge c)$