

Підсекція «Вища математика»

УДК 51(091)

ЧУДОВІ КРИВІ ГВІДО ГРАНДІ

Студ. Д.О. Кошева, гр. БШЕ-14

Наук. керівник доц. О.Б. Нестеренко

Київський національний університет технологій та дизайну

Якщо проаналізувати математичні відкриття людства, то можна помітити, що всі геніальні знахідки стали результатом дослідження різноманітних природних об'єктів чи явищ.

Геометрія форм живої природи, як правило, складна і її не одразу помітно, як, наприклад, геометрію сніжинок або кристалів. На відміну від неживої природи, в органічному світі кривій лінії і кривій поверхні віддають явну перевагу перед прямою лінією. При цьому, характерним є безперервність форми. У природі можна спостерігати велику кількість "математичних", "полярних" форм. Природа ніби сама використовує полярні координати, що особливо помітно на прикладі рослин. Ймовірно тому, фігури, побудовані в полярних координатах, мають неповторну естетичну привабливість.

У XVIII ст. італійський геометр Гвідо Гранді (1671-1742), працюючи з полярною системою координат, вирішив виразити аналітично зовнішні обриси квітів і створив криві лінії з правильними плавними обрисами. Вони дійсно були схожі на квіти. Сукупність цих кривих було названо «трояндами Гвідо Гранді». Їх правильні обриси-це не примха природи - вони зумовлені математичними залежностями.

Трояндами, або кривими Гвідо Гранді, називають сукупність кривих, полярні рівняння яких записується у вигляді

$$\rho = a \cdot \sin(k\varphi),$$

де a і k - сталі. Значення a відповідає за довжину пелюсток, а значення k - за кількість і форму.

Задаючи параметр $k = \frac{n}{m}$ відношенням натуральних чисел, можна отримати замкнуті

криві, які за певних умов перетворюються в пелюсткові квіти і можуть служити елементами декору або орнаменту:



Німецький геометр, математик-натураліст XIX ст. Б. Хабенихт у своїх роботах наводить низку отриманих рівнянь, які з певним наближенням аналітично виражають обриси різного форм листя і плодів. Свої судження він засновував на тому, що в переважній більшості випадків, обрис листя або пелюстки являє собою криву, симетричну відносно осі, і оскільки, відстань між двома будь-якими її точками буде скінченою величиною, то в полярній системі координат рівняння такої кривої можна записати у вигляді $\rho = F(\varphi)$, де права частина є функцією однозначною, неперервною і періодичною з періодом 2π .

Якщо припустити, що крива, яка зображує контур листя, симетрична відносно полярної осі, а функція є скінченою сумою, то ця сума повинна складатися з косинусів або синусів. Виходячи з цього загального рівняння, Б. Хабенихт досліджує його окремі випадки. Поступово ускладнюючи рівняння він отримує велику кількість рівнянь, що описують обриси листя: плюща, кропиви, кислиці та ін.

Троянди Гранді знайшли своє застосування в техніці, зокрема, якщо деяка точка здійснює коливання вздовж прямої, що обертається з постійною швидкістю навколо нерухомої точки — центру коливань, то траєкторія руху цієї точки буде трояндою.