

УДК 685.343

ЩУЦЬКА Г.В., СУПРУН Н.П.

Київський національний університет технологій та дизайну

ДИСКРЕТНА ДВОВИМІРНА МОДЕЛЬ РОЗТІКАННЯ ВОЛОГИ В ТЕКСТИЛЬНИХ МАТЕРІАЛАХ

Мета. Розробити дискретну модель розповсюдження вологи поверхнею текстильного матеріалу

Методика. Проведено математичне моделювання процесу розповсюдження вологи з використанням методів диференційного і інтегрального числення.

Результати. Розроблена дискретна модель розповсюдження вологи поверхнею текстильного матеріалу, що враховує мікроструктуру і одночасно суцільність матеріалу, дозволяє прогнозувати стан зволоженого матеріалу в довільний момент часу, геометричні параметри змоченої поверхні і час закінчення процесу розтікання вологи.

Наукова новизна. Виявлена залежність, яка дозволяє знайти концентрацію в довільному місці елементу текстильного матеріалу у випадку, коли початкова концентрація змінюється у часі.

Практична значимість. Запропоновано алгоритм визначення концентрації рідини в довільному місці поверхні текстильного матеріалу. Визначено методи встановлення границі змоченої зони.

Ключові слова: текстильні матеріали, дискретна модель, розповсюдження вологи, границя змочування, концентрація, структура.

Вступ. Процеси змочування текстильних матеріалів викликають значний інтерес як у технологів, так і у спеціалістів з експлуатації виробів. У першому випадку процес розтікання поверхнею або розповсюдження вологи внутрішніми шляхами в матеріалі може реалізуватися в процесах фарбування, волого-теплової обробки тощо. Прогнозування поведінки рідини і матеріалу може значно поліпшити умови проходження технологічного процесу, підвищити якість продукції. В процесі фарбування, наприклад, можна покращити точність нанесення малюнків на матеріал, прогнозувати рівномірність тонування.

Прогнозування процесів розтікання вологи також важливо з точки зору реалізації комфортних умов експлуатації виробів, оскільки при наявності надійної моделі можна перебачити ступінь і площу намокання в зонах підвищеного потовиділення. На жаль, точні розв'язки розповсюдження вологи по поверхні матеріалу практично відсутні, що пов'язано зі складністю математичного моделювання процесу.

Постановка завдання. Розв'язок проблеми проникнення рідини по площині матеріалу складається з двох напрямків. Перший передбачає вивчення кінетики розтікання по поверхні. Дана задача досліджувалась, наприклад за допомогою швидкісної відеозйомки [1], однак при цьому, в основному, досліджувалась поверхня матеріалу, а не процес проникнення вологи в його структуру. В [2] відзначено, що граничним (максимальним) випадком змочування є розтікання рідини. Як правило, воно відбувається в результаті взаємодії (зіткнення) тіл, будова молекул котрих схожа. Ніяким чином, однак не аналізується проникнення вологи структурою матеріалів. В роботі [3] описуються

процеси адгезії, що відіграють значну роль в технології отримання текстильних і композиційних матеріалів. Існуючі термодинамічні теорії адгезії засновані на результатах досліджень енергії міжфазного поверхневого натягу, крайових кутів на кордоні субстрат - адгезив, а також змочування і розтікання адгезиву на міжфазних границях з урахуванням в'язкості і різного вкладу міжмолекулярних сил. Вищенаведені роботи слід розглядати, як теорії мікропроцесів, що відбуваються при змочуванні. Вони можуть бути підтверджені експериментально, але побудова реальної теорії на їх основі - досить важка задача.

Побудова реальної моделі може бути здійснена на основі розв'язання диференційних рівнянь дифузії вздовж поверхні матеріалу. Спроби розв'язання подібних задач наведені в деяких роботах [4-5]. Результати, одержані в [6-7], враховують динамічний процес проникнення вглиб матеріалу. Слід відзначити, що результати цих робіт не можуть напряму використовуватись на практиці. До того ж, вони розв'язують задачу при врахуванні однієї координати – глибини проникнення. При додаванні повздовжньої та поперечної координати розв'язання задач стає фактично неможливим. Результати розв'язання практичних задач по визначенню ефективності проникнення рідини, які, наприклад [8], дозволяють при друкуванні підвищити чіткість контуру і зменшити його розтікання, не одержали теоретичного підтвердження.

Таким чином, спостерігається протиріччя між наявністю мікротеорій і безперервних моделей, ніяка з котрих не може реально представити результати процесу, між наявністю експериментальних основ на елементарних зразках і неможливістю їх розповсюдження на реальні вироби, між необхідністю визначення реальних границь змочування і відсутністю моделей, які могли передбачити ці процеси. Тому метою даної роботи є розробка дискретної моделі розповсюдження вологи поверхнею матеріалу, що реалізує мікрооснови структури сумісно з суцільністю матеріалу і дозволяє прогнозувати стан зволоженого матеріалу в довільний момент часу.

Результати досліджень. Для аналізу процесів розповсюдження вологи в елементарних зразках розглянемо розповсюдження вологи вздовж елементарної ділянки матеріалу (рис.1).

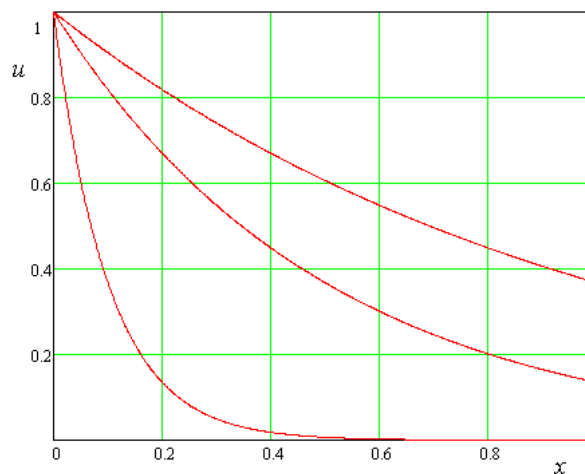


Рис.1. Зміна концентрації вологи при зміні відстані від джерела змочування для різних моментів часу

Аналіз наведених на рис.1 залежностей матеріалу дозволяє апроксимувати процес розповсюдження вологи вздовж елемента залежністю виду

$$f(x,t) = e^{-\frac{ax}{t}} \quad (1)$$

Проходження вологи елементом, виходячи з початкової концентрації u_0 , може бути описане залежністю

$$u = u_0 \cdot f(x,t) \quad (2)$$

Якщо концентрація на початку змінюється в часі, можна говорити про зміну концентрації у диференціалах. При зміні початкової концентрації на малу величину du_0 концентрація в довільному місці змінюється на величину du , що визначається за правилами диференціювання

$$\frac{du}{dt} = \frac{du_0}{dt} f(x,t) + u_0 \frac{df(x,t)}{dt} \quad (3)$$

Враховуючи запропонований вираз для розповсюдження рідини, можна знайти

$$\frac{du}{dt} = \frac{du_0}{dt} e^{-\frac{a_x x}{t}} + \frac{a_x}{t^2} u_0 \cdot e^{-\frac{a_x x}{t}} = \left(\frac{du_0}{dt} + \frac{a_x}{t^2} u_0 \right) e^{-\frac{a_x x}{t}} \quad (4)$$

Дана залежність дозволяє знайти концентрацію в довільному місці елемента у випадку, якщо початкова концентрація змінюється у часі.

Побудуємо дискретну модель розповсюдження вологи. В точках контакту елементарних ділянок відбувається перетікання вологи, причому в залежності від властивостей матеріалів таке перетікання може мати асиметричний вигляд. На нижче приведеній схемі (рис.2,а) показане таке перетікання в випадку руху вологи по повздовжнім і поперечним елементам. На схемі показано, що в місцях зіткнення відбувається розділення потоків рідини між елементами. Будемо вважати номер елементарного зіткнення – m . Тоді інтенсивність вологи, що приходить до даного вузла – $u_y^{(m)}$. Частина вологи продовжує рух повздовжнім елементом, ця частина визначається відповідним коефіцієнтом і її доля дорівнює $k_{yy} \cdot u_y^{(m)}$. Дві літери при коефіцієнті означають, що це частина від вологи, що йшла у напрямку y і продовжує свій рух у напрямку y . В поперечних напрямках відбувається рух рідини, частина якої потрапила при торканні вузла зв'язку елементів. Її доля дорівнює $k_{xy} \cdot u_y^{(m)}$. Дві літери при коефіцієнті означають, що це частина від вологи, що йшла у напрямку y і продовжує свій рух у напрямку x . В загальному випадку частина рідини, що рухається ліворуч і праворуч, може бути різною.

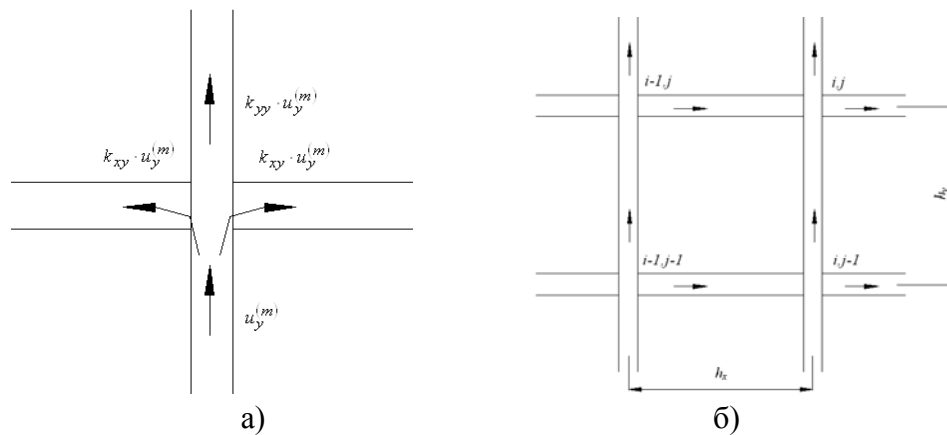


Рис.2. а) процес перетікання рідини в місцях зіткнення елементів; б) дискретна модель руху рідини

Аналогічні міркування можна навести для руху рідини у поперечному напрямі. При цьому в тому ж напрямі продовжується рух рідини у співвідношенні $k_{xx} \cdot u_x^{(m)}$. У перпендикулярному напрямі - $k_{yx} \cdot u_x^{(m)}$.

В даному вузлі, таким чином, формується початкова концентрація рідини для її подальшого руху. Ця початкова концентрація визначається сумою рідин, що приходять з двох напрямів

$$u_{x0}^{(m)} = k_{xx} \cdot u_x^{(m)} + k_{xy} u_y^{(m)}, \quad u_{y0}^{(m)} = k_{yx} \cdot u_x^{(m)} + k_{yy} u_y^{(m)} \quad (5)$$

Сумарне розповсюдження рідини може розглядатися в прив'язці до реальної структури дискретного матеріалу. Для початку розглянемо прямокутну взаємно перпендикулярну структуру елементів (рис.2,б). У такій структурі повздовжні елементи будемо позначати літерами i , повздовжні – літерами j . Відстань між повздовжніми елементами означимо h_x , відстань між поперечними елементами – h_y . Для такої структури у випадку концентрації, що змінюється з часом можна записати доданок концентрації для вузла i, j .

$$du_{x,0}^{i,j} = \left\{ k_{xx} \left[\frac{du_{x,0}^{i-1,j}}{dt} f(x,t) + u_{x,0}^{i-1,j} \frac{\partial f(x,t)}{\partial t} \right] + k_{xy} \left[\frac{du_{y,0}^{i,j-1}}{dt} f(y,t) + u_{y,0}^{i,j-1} \frac{\partial f(y,t)}{\partial t} \right] \right\} dt$$

$$du_{y,0}^{i,j} = \left\{ k_{yx} \left[\frac{du_{x,0}^{i-1,j}}{dt} f(x,t) + u_{x,0}^{i-1,j} \frac{\partial f(x,t)}{\partial t} \right] + k_{yy} \left[\frac{du_{y,0}^{i,j-1}}{dt} f(y,t) + u_{y,0}^{i,j-1} \frac{\partial f(y,t)}{\partial t} \right] \right\} dt \quad (6)$$

Якщо записати подібні вирази для всіх вузлів, можна одержати систему звичайних диференціальних рівнянь для знаходження концентрації вологи в довільний проміжок часу. У якості першого кроку спробуємо записати вирази у прирощеннях, взявши за базу проміжки часу з періодом Δt . Номер кроку по знаходженню концентрації означимо τ , тоді час, що розглядається може бути знайдений, як $t = \tau \cdot \Delta t$. У таких припущеннях прирощення концентрації рідини у певному вузлі запишеться у вигляді

$$\Delta u_{x,0}^{i,j,\tau} = \left\{ \begin{array}{l} k_{xx} \cdot e^{-\frac{a_x h_x}{\tau \cdot \Delta t}} \left[\frac{\Delta u_{x,0}^{i-1,j,\tau-1}}{\Delta t} + u_{x,0}^{i-1,j,\tau-1} \frac{a_x}{(\tau \cdot \Delta t)^2} \right] + \\ k_{xy} \cdot e^{-\frac{a_y h_y}{\tau \cdot \Delta t}} \left[\frac{\Delta u_{x,0}^{i-1,j,\tau-1}}{\Delta t} + u_{x,0}^{i-1,j,\tau-1} \frac{a_x}{(\tau \cdot \Delta t)^2} \right] \end{array} \right\} \Delta t, \quad (7)$$

Звертаємо увагу на те, що формули мають рекурентний вигляд, тобто значення концентрацій у вузлах, записані ліворуч можуть бути повністю знайдені з використанням значень, що знайдені на попередньому кроці. Враховуючи, що записи зроблені для прирощень концентрації, повна концентрація для певного моменту часу може бути знайдена на кожному кроці, як

$$u_{x,0}^{i,j,\tau} = \sum_{s=0}^{\tau-1} \Delta u_{x,0}^{i,j,s}, \quad u_{y,0}^{i,j,\tau} = \sum_{s=0}^{\tau-1} \Delta u_{y,0}^{i,j,s}. \quad (8)$$

Для замкнення алгоритму залишається зазначити початкові умови розповсюдження вологи. Вони визначаються технологічним процесом у випадку розв'язку задачі першого напрямку або експлуатаційними умовами у випадку розв'язання задачі другого напрямку.

На базі запропонованої моделі був складений алгоритм, який реалізований в програмі розрахунку текстильного матеріалу. Для прикладу брався випадок крапельного попадання вологи в центр матеріалу. Картина розповсюдження концентрацій вологи для різних моментів часу показана на рис.3.

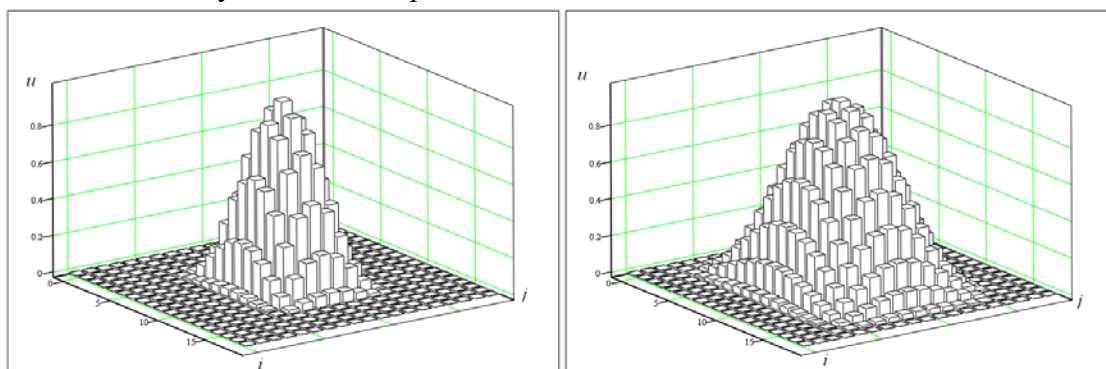


Рис.3 Концентрація вологи в матеріалі вздовж двох осей

Додатковою перевагою алгоритму є можливість визначення геометрії змоченої границі в матеріалі, що було досить важко зробити в інших моделях. Ці результати можуть бути дуже корисними при проектуванні технологічних процесів фарбування, чищення або інших процесів хімічної обробки.

На основі одержаних результатів можна передбачити точні границі змочування з врахуванням анізотропії матеріалу, реальної його структури, умов перетікання. Зміна границі намокання при точковому початковому процесі показана на рис.4.

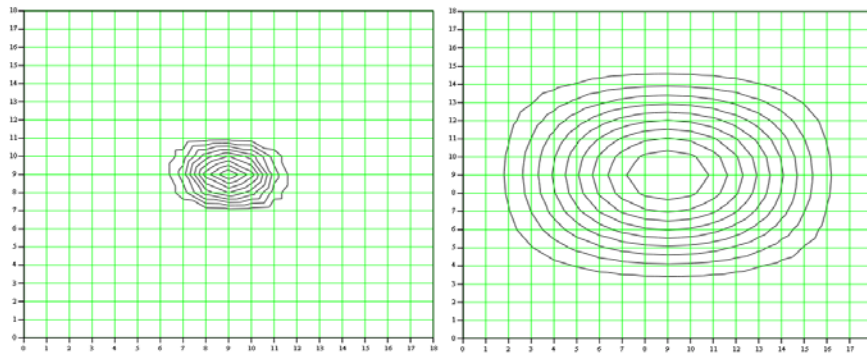


Рис. 4 Зміна границі змоченої зони, визначена на основі дискретної моделі

Висновки. В статті розв'язана актуальна задача з розробки дискретної моделі розповсюдження вологи поверхнею матеріалу, що враховує мікрооснови структури і одночасно суцільність матеріалу, і дозволяє прогнозувати стан зволоженого матеріалу в довільний момент часу. Виявлена залежність, яка дозволяє знайти концентрацію в довільному місці елементу текстильного матеріалу у випадку, якщо початкова концентрація змінюється у часі. Вперше розроблена дискретна модель розповсюдження вологи в текстильному матеріалі, що дозволяє розв'язати задачі з встановлення концентрації вологи в довільному місці поверхні матеріалу. Визначені геометричні границі змоченої зони.

Список використаних джерел

1. Изучение кинетики растекания воды в твердых фазах углеродных аллотропных материалов / В. М. Перевертайло [и др.] // Сверхтвердые материалы. - 2011. - № 5. - С. 23-31
2. Ахметов Б. В. Физическая и коллоидная химия / Б. В. Ахметов, Ю. П.Новиченко, В. И. Чапурин. – Л. : Химия, 1986. -329 с.
3. Долматов М. Ю. Обобщенная термодинамическая модель адгезии многокомпонентных растворов полимеров / М. Ю. Долматов, М. Ю. Тимофеева ; Министерство энергетики РФ, Институт проблем нефтепереработки // Нефтепереработка и нефтехимия. - 2001. -С. 111-115
4. Ковтун С. І. Кінетика процесу водовбирання багаточастинними текстильними композиційними матеріалами. Математична модель процесу водовбирання. Повідомлення 2 / С. І. Ковтун, М. Л. Рябчиков // Вісник КНУТД. - 2008. - № 6. - С. 82-88.
5. Рябчиков М. Л. Нестационарна модель водовбирання текстильними матеріалами по товщині / М. Л. Рябчиков, В. І. Власенко, С. І. Ковтун // Вісник східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – 2009. - № 2(132). – С. 325-334.
6. N. Riabchykov, V. Vlasenko, S. Arabuli // Vlakna a textil. - 2011. – № 2, ročník 18. - P. 24-29
7. Yoneda M. Measurement of water absorption perpendicular to fabric plane in two- and multi-layered fabric systems / M. Yoneda, Y. Mizuno, J. Yoneda // Textile Res. J. – 1993. – № 29(12). - P. 940–949.

8. И.И. Саладене, Э.Д. Марцикомене, В.А. Камантаускене, Р.П. Майкявичене
Резервирующий состав для печати триацетатных текстильных материалов. АС СССР SU
1432118 D06P5/12 23.10.88. Бюл.№39

ДИСКРЕТНАЯ ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ РАСТЕКАНИЯ В ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ

А. В. ЩУЦКАЯ, Н.П.СУПРУН

Киевский национальный университет технологий и дизайна

Цель. Разработать дискретную модель распространения влаги поверхностью текстильного материала

Методика. Проведено математическое моделирование процесса распространения влаги с использованием методов дифференциального и интегрального исчисления.

Результаты. Разработана дискретная модель распространения влаги поверхностью текстильного материала, учитывающая одновременно микроструктуру и сплошность материала, которая позволяет прогнозировать состояние увлажненного материала в произвольный момент времени, геометрические параметры смоченной поверхности и время окончания процесса растекания влаги.

Научная новизна. Выявлена зависимость, позволяющая найти концентрацию в произвольном месте элемента текстильного материала в случае, когда начальная концентрация изменяется во времени.

Практическая значимость. Предложен алгоритм определения концентрации жидкости в произвольном месте поверхности текстильного материала. Определены методы установления границы увлажненной зоны.

Ключевые слова: *текстильные материалы, дискретная модель, распространение влаги, граница смачивания, концентрация, структура.*

DISCRETE TWO-DIMENSIONAL MODEL OF WET SPREADING IN TEXTILES

SHCHUTSKA A.V., SUPRUN N.P.

Kyiv National University of Technology and Design

Purpose. To develop a discrete model of moisture distribution in the surface of a textile material

Methodology. Mathematical modeling of the process of moisture diffusion using the methods of differential and integral calculation.

Findings. Was developed a discrete model of the moisture distribution in the surface of the textile material that takes into account the microstructure and at the same time the continuity of the material, allows to predict the state of the wetted material at an arbitrary time, the geometrical parameters of the wetted surface and the end time of the process of moisture spreading.

Originality. Was estimated the dependence which allows to find the concentration at an arbitrary position of the element of textile material in the case, when the initial concentration varies in time.

Practical Value. The algorithm was developed for determining of the concentration of a liquid in an arbitrary location of the surface of the material. Was defined methods for establishing of the boundaries of wetted zone in the material.

Keywords: *textile materials, discrete model, the distribution of moisture, the boundary of wetting, concentration, structure.*