

УДК 675.92.027

**ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ З'ЄДНАННЯ  
МЕТАЛЕВИХ ШТИРІВ І ПОЛІМЕРНОЇ ПІДОШВИ**

Т.І. КУЛІК, Б.М. ЗЛОТЕНКО, Б.П. КОРНІЄНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

*Статтю присвячено розробці методу визначення геометричних параметрів з'єднання полімерної підошви і металевих штирів у виробництві взуття, призначеного для носіння при ходьбі по слизьким поверхням. На основі аналізу розподілу деформацій і напружень у складених товстостінних циліндрах отримано вираз для розрахунку діаметра штирів з метою забезпечення максимального зчеплення їх з литою підошвою*

У наших кліматичних умовах майже половину року триває зима зі снігом та ожеледицею. Цілком закономірно, що у цей період серед населення значно підвищується травматизм внаслідок падінь через ковзання підошв. Щоб уникнути падіння, можна придбати шиповані накладки, що прикріплюються до низу взуття. Але такі накладки не завжди підходять за розміром, їх кріплення може бути недостатньо надійним, крім того вони псують зовнішній вид взуття, роблячи його більш громіздким, та найчастіше не гармонують із ним за кольором.

Для зручного та безпечного пересування по слизьких тротуарах можна запропонувати зимове взуття із шипами у підошві. Проте масове виробництво такого взуття на сьогодні не освоєне. Буває, що споживач сам встановлює шипи у підошву. Така саморобна «модернізація» дає можливість покращити зчеплення зі слизькою поверхнею, але руйнує підошву та скорочує термін використання взуття. На нашу думку, якісне шиповане взуття могло б стати цілком конкурентоспроможним на ринку. Воно може бути особливо корисним для працівників рятувальних служб, любителів зимової риболовлі, туристів, учасників експедицій у засніжені райони тощо. Також взуття такого типу може бути використане на слизькому ґрунті, мокрій траві, на некаменистих підйомах та спусках.

**Об'єкти та методи дослідження**

Об'єктом дослідження є технологічний процес виготовлення спеціального взуття із шипованою підошвою для переміщення людини по слизькій поверхні.

При визначенні діаметра штирів для забезпечення максимального зчеплення їх з литою підошвою використано математичну модель взаємодії двох товстостінних циліндрів [1, 2].

**Постановка завдання**

Для виробництва шипованої підошви рекомендуємо використати гуму або термопластичний матеріал та металеві штирі. Метод виготовлення – лиття під тиском [3]. Штирі розташовуються у прес-формі, після чого до оформлюючої порожнини упорскується розплав полімеру. Після охолодження (або вулканізації, у випадку використанні гуми) шипована підошва видаляється із прес-форми.

При виготовленні такого виробу потрібно забезпечити надійне з'єднання металевих штирів із матеріалом підошви. Необхідно, щоб у процесі носки взуття штирі не випадали і, що більш небезпечно, не продавлювали підошву із протилежного боку – з боку стопи людини. Першу проблему можна легко вирішити, виконавши штирі у формі гвіздка із широкою верхньою частиною, на зразок шипів у

автомобільних шинах. Проте, навіть маючи таку форму, шипи можуть чинити тиск на стопу власника взуття, створюючи дискомфорт. Цей тиск буде тим більший, чим більша вага людини.

Забезпечити достатню міцність кріплення штирів у підшві можна за рахунок збільшення сил тертя між полімером та металом. У процесі виготовлення виробу, а саме під час охолодження відливки, відбувається усадка полімеру, діаметр отвору під штир зменшується, відповідно сили тертя збільшуються. Ці сили будуть тим більшими, чим меншим буде отвір під штир відносно самого штиря.

Метою дослідження є визначення геометричних розмірів елементів підшви, при яких забезпечується максимально можлива міцність кріплення штирів у підшві.

#### Результати та їх обговорення

Розглянемо кріплення одного штиря, діаметром  $d$  у підшві. Виділимо навколо нього циліндричну ділянку діаметром  $D$  (рис. 1). Виконаємо розрахунок з метою забезпечення міцності з'єднання, тобто відсутності зміщення штиря відносно підшви під дією зовнішніх навантажень.

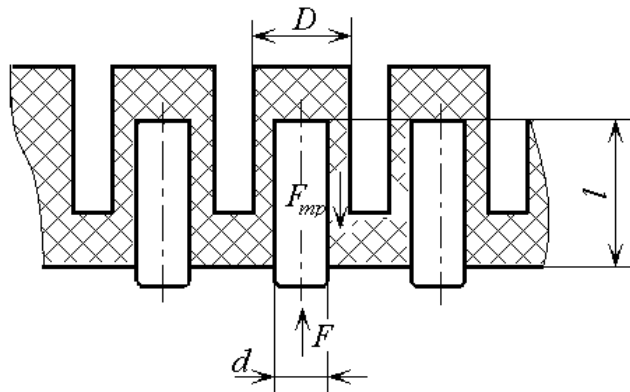


Рис. 1. Розрахункова схема для визначення геометричних параметрів елементів шипованої підшви

Усадка виробу визначається відношенням

$$N = \frac{\Delta d}{d} \quad (1)$$

де  $d$  – початковий діаметр отвору під штир у підшві, який відповідає діаметру штиря,  $\Delta d$  – абсолютне зменшення діаметру під штир, тобто різниця між початковим діаметром отвору та його діаметром після усадки.

Сила тертя між штирем та підшвою:

$$F_{mp} = \tau S, \quad (2)$$

де  $\tau$  – напруження зсуву;  $S$  – площа контакту.

Площа контакту дорівнює:

$$S = \pi dl, \quad (3)$$

Напруження зсуву визначаються:

$$\tau = pf, \quad (4)$$

де  $p$  – тиск, що виникає у з'єднанні за рахунок усадки;  $f$  – коефіцієнт тертя між штирем та матеріалом підшви.

Для визначення тиску у з'єднанні використаємо висновки задачі Ляме (визначення напружень у товстостінних порожнистих циліндрах):

$$p = \frac{\Delta d}{d \left( \frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} \right)} = \frac{N}{\frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2}}, \tag{5}$$

де  $c_1$  та  $c_2$  – коефіцієнти Ляме для штиря та для підшови відповідно;  $E_1$  та  $E_2$  – модулі пружності матеріалу штиря та матеріалу підшови відповідно.

Коефіцієнти Ляме визначаються за формулами:

для суцільного штиря

$$c_1 = 1 - \mu_1, \tag{6}$$

для підшови

$$c_2 = \frac{1 + \left( \frac{d}{D} \right)^2}{1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2} + \mu_2, \tag{7}$$

де  $\mu_1$  та  $\mu_2$  – коефіцієнти Пуассона для штиря та для підшови відповідно.

Оскільки модуль пружності металу  $E_1$  набагато більший за модуль пружності полімеру  $E_2$  (для сталі  $E_1 = 2 \cdot 10^{11}$  Па, для взуттєвих полімерних матеріалів  $E_2 < 0,01 \cdot 10^{11}$  Па), то співвідношення  $\frac{c_1}{E_1}$  буде значно меншим, ніж  $\frac{c_2}{E_2}$  і ним можна знехтувати. Враховуючи це та підставляючи (7) у (5), отримаємо:

$$p = \frac{N \cdot E_2}{\frac{1 + \left( \frac{d}{D} \right)^2}{1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2} + \mu_2}, \tag{8}$$

Приймаємо  $E_2 = E$ ;  $\mu_2 = \mu$ .

Підставляємо послідовно (8) у (4), а потім (3) і (4) у (2). Отримуємо:

$$\begin{aligned} F_{mp} &= \frac{\pi \cdot d \cdot l \cdot f \cdot N \cdot E}{\frac{1 + \left( \frac{d}{D} \right)^2}{1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2} + \mu} \\ &= \pi f N E \cdot \frac{d \left( 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right)}{1 + \left( \frac{d}{D} \right)^2 + \mu \left( 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right)} = \pi f N E \cdot \frac{d - d^3 \left( \frac{1}{D^2} \right)}{1 + \left( \frac{d}{D} \right)^2 + \mu \left( 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right)} \\ &= \pi f N E \cdot \frac{d - d^3 \left( \frac{1}{D^2} \right)}{1 + \mu + \left( \frac{d}{D} \right)^2 - \mu \left( \frac{d}{D} \right)^2} = \pi f N E \cdot \frac{d - d^3 \left( \frac{1}{D^2} \right)}{1 + \mu + \left( 1 - \mu \right) \left( \frac{d}{D} \right)^2} \\ &= \pi f N E \cdot \frac{d - d^3 \left( \frac{1}{D^2} \right)}{d^2 \left( \frac{1}{D^2} \right) \left( 1 - \mu \right) + 1 + \mu}. \end{aligned} \tag{9}$$

З отриманого виразу можна бачити, що величина сили тертя між штирем та підшовою значною мірою залежить від діаметрів штиря  $d$  та ділянки  $D$  навколо штиря. Усі інші параметри у цій залежності сталі або можуть змінюватися у незначних межах. Проілюструємо характер функції  $F_{mp} \left( \frac{d}{D} \right)$ . На рис. 2

представлено вид цієї залежності при таких значеннях параметрів: довжина штиря  $l = 10$  мм; коефіцієнт тертя між поверхнями сталь-полімер  $f = 0,2$ ; зменшення діаметру отвору під штир у підшві за рахунок усадки  $N = 1$  мм; модуль пружності полімеру  $E = 0,01 \cdot 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\mu = 0,35$ .

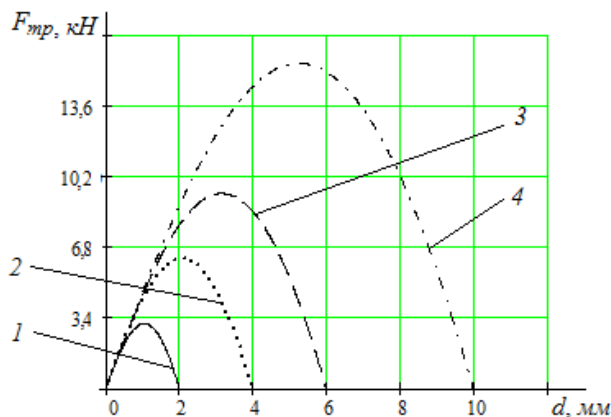


Рис.2. Залежність сили тертя між штирем та підшвою від діаметра штиря:

1 –  $D = 2$  мм; 2 –  $D = 4$  мм; 3 –  $D = 6$  мм; 4 –  $D = 10$  мм

Визначимо, при якому діаметрі штиря сила тертя буде максимальною у загальному випадку. Як відомо, необхідною умовою того, що функція набуває максимального значення, є те, що її перша похідна дорівнює нулю.

Продиференціюємо вираз (9) по  $d$  та вирішимо рівняння

$$\frac{dF_{mp}}{dd} = 0; \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_{mp}}{dd} &= \pi f N E \cdot \left( \frac{d - d^3 \left( \frac{1}{D} \right)^2}{d^2 \left( \frac{1}{D} \right)^2 (1 - \mu) + 1 + \mu} \right)' = \\ &= \pi f N E \cdot \frac{\left[ -3 \left( \frac{1}{D} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{D} \right]^2 (1 - \mu) + 1 + \mu - 2 \left[ - \left( \frac{1}{D} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{D} \right]^2 (1 - \mu)}{\left[ \frac{1}{D} \right]^2 (1 - \mu) + 1 + \mu} = 0; \\ &\left[ -3 \left( \frac{1}{D} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{D} \right]^2 (1 - \mu) + 1 + \mu - 2 \left[ - \left( \frac{1}{D} \right)^2 \right] \left[ \frac{1}{D} \right]^2 (1 - \mu) = 0; \\ \left( \frac{1}{D} \right)^2 (1 - \mu) + 1 + \mu - 3 \left( \frac{1}{D} \right)^2 (1 - \mu) - 3 \mu \left( \frac{1}{D} \right)^2 - 2 \left( \frac{1}{D} \right)^2 (1 - \mu) + 2 \left( \frac{1}{D} \right)^2 (1 - \mu) &= 0; \\ \left( \frac{1}{D} \right)^2 (3 + 3\mu + 2 - 2\mu) + \left( \frac{1}{D} \right)^2 (1 - \mu - 3 - 3\mu - 2 + 2\mu) + 1 + \mu &= 0; \\ (1 - \mu) \left( \frac{1}{D} \right)^2 + 2(2 + \mu) \left( \frac{1}{D} \right)^2 - 1 - \mu &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Введемо у (12) заміну  $\left( \frac{1}{D} \right)^2 = X$ :

$$(1 - \mu) X^2 + 2(2 + \mu) X + (-1 - \mu) = 0. \tag{13}$$

Знайдемо корені

$$X_{1,2} = \frac{-2(2 + \mu) \pm \sqrt{4(2 + \mu)^2 - 4(1 - \mu)(-1 - \mu)}}{2(1 - \mu)} = \frac{-(2 + \mu) \pm \sqrt{5 + 4\mu}}{1 - \mu}. \tag{14}$$

Тоді

$$\frac{d}{D} = \sqrt{\frac{-(2 + \mu) \pm \sqrt{5 + 4\mu}}{1 - \mu}}. \tag{15}$$

Залишивши під коренем лише додатну величину, отримуємо:

$$d = D \sqrt{\frac{\sqrt{5+4\mu} - (2+\mu)}{1-\mu}}. \quad (16)$$

На рис. 3 і 4 наведені графічні залежності діаметра штиря від діаметра вилівка у підшві та від коефіцієнта Пуассона матеріалу підшви відповідно, розраховані за виразом (16).

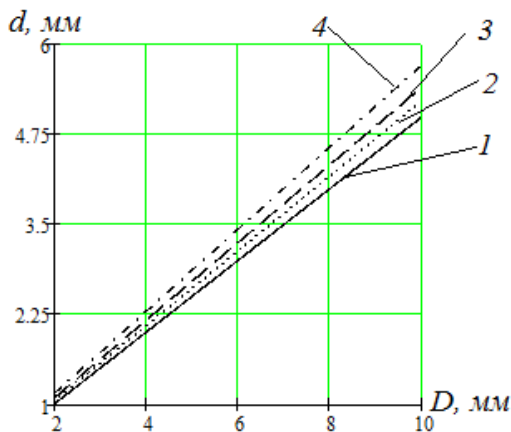


Рис. 3. Залежність діаметра штиря від діаметра вилівка у підшві:

1 –  $\mu=0,1$ ; 2 –  $\mu=0,3$ ; 3 –  $\mu=0,5$ ; 4 –  $\mu=0,9$

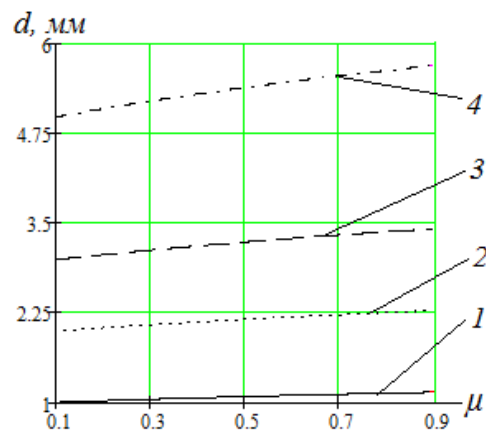


Рис. 4. Залежність діаметра штиря від коефіцієнта Пуассона матеріалу підшви:

1 –  $D=2\text{мм}$ ; 2 –  $D=4\text{мм}$ ; 3 –  $D=6\text{мм}$ ; 4 –  $D=10\text{мм}$

Як витікає з наведених графіків, для забезпечення найбільш можливого значення міцності зчеплення полімерної підшви і штиря його діаметр повинен бути приблизно в 2 рази менший ніж діаметр вилівка підшви.

#### Висновки

Відомі залежності між деформаціями і напруженнями у складених товстостінних циліндрах можуть бути використані при математичному моделюванні зчеплення металевих штирів з підшвою в процесі лиття під тиском для забезпечення надійного носіння спеціального взуття в умовах ходьби по слизьким поверхням.

Для підвищення міцності з'єднання полімерної підшви з металевими штирями доцільно поверхню останніх виконати рифленою, згідно рекомендацій, наведених в роботах [4, 5].

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів. Підручник. – К.: Вища школа, –2004.–655с.
2. Басов Н.И. и др. Расчёт и конструирование формующего инструмента для изготовления изделий из полимерных материалов. – М.: Химия, –1991. – 352 с.
3. Альтцигер В. С. и др. Производство обуви из полимерных материалов. – Л.: Химия, –1987. – 231 с.
4. Пантелеев А.П. и др. Справочник по проектированию оснастки для переработки пластмасс. – М.: Машиностроение, –1986. – 400 с.
5. Филатов В.И., Корсаков В.Д. Технологическая подготовка процессов формования изделий из пластмасс. – Л.: Политехника, –1991. – 352 с.