УДК 330.46

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБСЯГУ ОБОРОТНИХ АКТИВІВ ПІДПРИЄМСТВА

О.В. ЦЕСЛІВ, М.О. ЧЕРЕПНІН

Київський національний університет України «Київський політехнічний інститут»

У роботі розроблена стохастична математична модель фінансової діяльність підприємства, яка полягає в мінімізації оборотних активів та максимізації прибутку. Оскільки модель нелінійна, для її розв'язання використовується метод Франка Вульфа

Структурна перебудова економіки держави та прискорення темпів її зростання значною мірою залежать від досконалості системи управління фінансовими ресурсами на мікроекономічному рівні. Оскільки оборотних фондів завжди не вистачає, проблема їх економії актуальна. Резервом щодо підвищення ефективності господарювання є використання обігових коштів за рахунок залучення в обіг нанормативних запасів матеріальних ресурсів, прискорення обігу коштів, раціоналізації господарських зв'язків, кращої організації виробництва. Вплив фінансів на ефективність виробництва на рівні господарської структури має свої обмеження, зумовлені обмеженістю ресурсів у кожній одиниці господарювання. При нестачі у підприємницьких структур коштів для виробничої діяльності та розширення виробництва вони використовують кредит як джерело формування фінансових ресурсів. При наявності вільних коштів підприємство їх продає банку на певний час.

Вагомий внесок у розробку теоретичних й методологічних основ фінансового управління внесли такі зарубіжні вчені як Діккі Террі, Друрі К., Кінг Альфред М., Майєр Е., Райан Б., Фалуді А., Фостер Дж., Хан Д., Хорнгрен Ч.Т., Шим Джей К., й інші. Але використовувати західні концепції без їх адаптації до вітчизняних умов господарювання є недоцільним у зв`язку з наявністю ряду суттєвих національних особливостей менеджменту, системи обліку й звітності, рівня інформаційного забезпечення.

У вітчизняній та російській економічній літературі достатньою мірою розроблені питання методики розрахунку і аналізу фінансових показників оцінки результатів діяльності підприємств. Нині науковим загалом широко дискутуються проблеми розробки й використання в практиці нових підходів у плануванні, обліку, контролі та аналізі, які сприяють підвищенню ефективності управління фінансовими ресурсами підприємств. Так, цій проблематиці присвячені праці Балабанова І.Т., Білолипецького В.Г., Власова В.М., Данилочкіної Н.Г., Кармінського А.М., Карпової Т.П., Ковальова В.В., Новіченко П.П., Олексієвої М.М., Стоянової О.С., Теплової Т.В., Шеремета А.Д. та інших.

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктом дослідження є фінансова діяльність підприємства. Оскільки об'єднання та окремі підприємства народного господарства функціонують і розвиваються за умов невизначеності, а тому адекватно їх можна описати нелінійними, стохастичними, динамічними моделями, які були використані в даній роботі. Для розв'язку нелінійних задач використовуються градієнтні методи, що належать до наближених методів розв'язування задач нелінійного програмування і дають лише певне наближення до екстремуму, причому при збільшенні обсягу обчислень можна досягти результату з наперед заданою точністю, але в цьому разі є можливість знаходити лише локальні екстремуми цільової функції. Зауважимо, що такі методи можуть бути застосовані лише до тих типів задач нелінійного програмування, де цільова функція може бути диференційована хоча б один раз. Зрозуміло, що градієнтні методи дають змогу знаходити точки глобального екстремуму тільки для задач опуклого програмування, де локальний і глобальний екстремуми збігаються.

Сучасний рівень розвитку комп'ютерної техніки і методів математичного моделювання створює передумови для застосування нелінійних методів, а це може суттєво підвищити якість розроблюваних планів, надійність та ефективність рішень, які приймаються.

Постановка завдання

Розглянемо діяльність фірми, що здійснює реальні інвестиції, зокрема у виробничі фонди та товарно-матеріальні запаси. Існує певний набір продукції, яку може виготовляти підприємство. Необхідно розробити план інвестування коштів у зазначені виробництва товарів так, щоб одержати максимальний прибуток, враховуючи імовірнісний характер попиту. В якості конкретного підприємства було обрано торгово-промислову компанію «Gefest», яка надала відповідні статистичні дані. Ціна реалізації одиниці газової плитки Gefest ПГ 3100-08 становить 1763 грн., проте прибуток залежить від вартості виробництва одиниці продукції, витрат на зберігання одиниці продукції; питомі витрати від незадоволення попиту. Аналогічно визначається прибуток для плит Gefest ПГ 6100-04 СН2, ціна реалізації яких дорівнює 4562грн**.** Оборотні кошти виділені на виготовлення та реалізацію продукції не мають перевищувати 1000000 грн.

Результати та їх обговорення

Спочатку будемо розраховувати прибуток який ми зможемо отримати при капіталовкладеннях в різні види товарів за формулою математичного сподівання рівня прибутку [1]:

$$F_T(x_i) = -c(x_i) + \int_0^{x_i} [rD - h(x_i - D)] f(D)dD + \int_{x_i}^{\infty} [rx_i - p(D - x_i)] f(D)dD \tag{1}$$

Визначимо коли цей прибуток буде максимальним:

$$F_1(x_i) = \max_{y_i \ge x_i} \left\{ -c(x_i) + \int_0^{x_i} [rD - h(x_i - D)] f(D)dD + \int_{x_i}^{\infty} [rx_i - p(D - x_i)] f(D)dD \right\} \tag{2}$$

r – дохід від реалізації одиниці продукції; c – вартість виробництва одиниці продукції; h – питомі витрати на зберігання одиниці продукції; p – питомі витрати від незадоволення попиту; D – величина випадкового попиту на даному етапі; f(D) – щільність розподілу імовірності попиту на даному етапі;
y – об'єм замовлення.

Попит на плити рівномірний, щільність розподілу імовірності попиту на даному етапі $f(D) = \frac{1}{10}$. Позначимо через x_1 кількість продукції , Gefest ПГ 3100-08 x_2 – кількість продукції Gefest ПГ 6100-04 СН2. Оборотні кошти виділені на виготовлення та реалізацію продукції 1000000 грн.

Позначимо через x_1 кількість продукції першого виду, x_2 – кількість продукції другого виду, тоді загальний прибуток матиме вигляд: $F = 75x_1^2 - 6289x_1 + 75x_2^2 - 2369x_2 + 11250.$

Математична модель задачі має вигляд:

$$\max F = 75x_1^2 - 6289x_1 + 75x_2^2 - 2369x_2 + 11250,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 400; \\ 4x_1 + 4x_2 \le 1000; \\ 5x_1 + 2x_2 \le 800. \end{cases} \tag{3}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 .$$

$$1763x_1 + 4562x_2 \le 1000000$$

Обмеження в математичній моделі (3), зазначені компанією виробником. Розв'яжемо задачу методом Франка Вульфа, процедура якого передбачає визначення оптимального плану задачі шляхом перебору розв'язків, які є допустимими планами задачі [2].

Перша ітерація. Вибираємо точку, що належить множині допустимих планів задачі. Розглянемо, наприклад, точку $X_0(x_1 = 100; x_2 = 50)$. Визначимо градієнт цільової функції:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}; \frac{\partial f}{\partial x_2} \right) = (150x_1 - 6289;\ 150x_2 - 2369). \tag{4}$$

В точці $X_0(x_1 = 100; x_2 = 50)$ обчислюємо значення градієнта:

$\nabla f(X_0) = (150 \cdot 100 - 6289; 6 \cdot 150 * 50 - 2369) = (7811; 5131)$.

Використовуючи розраховане значення градієнта, записуємо і вводимо нову цільову функцію: $F_1 = 7811x_1 + 5131x_2$. Маємо таку задачу лінійного програмування:

$$\max Z = 7811x_1 + 5131x_2,$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 1000; \\ x_1 + x_2 \le 400; \\ 5x_1 + 2x_2 \le 800. \end{cases} \tag{5}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 .$$

$$1763x_1 + 4562x_2 \le 1000000$$

Розв'язуючи цю задачу симплексним методом, знаходимо її оптимальний план: $\tilde{X}_0(x_1 = 47;\ x_2 = 115)$. Знайдемо новий допустимий план задачі, використовуючи формулу $X_{k+1} = X_k + \lambda(\tilde{X}_k - X_k)$ для визначення координат наступної точки.

Визначаємо координати точки X_1:

$X_1 = X_0 + \lambda_1(\tilde{X}_0 - X_0)$, $0 \le \lambda_1 \le 1$,

$x_1 = 100 + \lambda_1(47 - 100) = 100 + 53\lambda_1;\ x_2 = 50 + \lambda_1(115 - 50) = 50 + 65\lambda_1.$

Знайдемо крок λ_1 такий, за якого досягається максимальне значення цільової функції. Для цього підставимо розраховані значення для x_1, x_2, які виражені через λ_1, у цільову функцію:

$\max F = 75x_1^2 - 6289x_1 + 75x^2{}_2 - 2369x_2 + 11250$

$F = x_1^2 - 6289x_1 + 75x_2^2 - 2369x_2 = (100 + 53\lambda_1)^2 - 6289 \cdot (100 + 53\lambda_1) + 75(50 + 65\lambda_1)^2 -$
$- 2369(50 + 65\lambda_1) = 4527550\lambda_1^2 - 128165\lambda_1 - 190150$

Отримали функцію, що залежить від λ_1. Знайдемо значення λ_1, за якого функція досягає максимуму, тобто коли її похідна дорівнює нулю:

$F' = 9058100\lambda_1 - 5128165 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0.12.$ Оскільки $0 \le \lambda_1 \le 1$. Тоді наступна точка X_1 має координати:

$$x_1 = 100 + 53 \cdot 0.12 = 93.56;\ x_2 = 50 + 50 \cdot 0.12 = 57.89.$$

Для знайденої точки $X_1(x_1 = 93{,}56;\ x_2 = 57{,}89)$ обчислюємо значення цільової функції $F = 423993$.

Друга ітерація. Узявши точку $X_1(x_1 = 93{,}56;\ x_2 = 57{,}89)$, обчислюємо значення градієнта в ній:

$$\nabla f(X_0) = (150 \cdot 93{,}56 - 6289; 6 \cdot 150 * 57{,}89 - 2369) = (7745; 6314{,}5)$$

Використовуючи розраховане значення градієнта, вводимо нову цільову функцію: $F_1 = 7745x_1 - 6314{,}5x_2$. Отримуємо задачу лінійного програмування, розв'язавши яке, обчислимо координати наступної точки X_2:

$$x_1 = 93 - 48{,}56\lambda_2 = 86{,}2\ ;\ x_2 = 57{,}89 + 41.1\lambda = 64{,}56_2$$

Для знайденої точки $X_2(x_1 = 86{,}2;\ x_2 = 64{,}56)$ значення цільової функції дорівнює: $F = 418782$.

На третій ітерації визначаємо точку $X_3(x_1 = 82{,}56;\ x_2 = 67{,}43)$ і переконуємося, що значення цільової функції знову зменшується: $F = 356002$.

Продовжуючи процес у аналогічний спосіб, знаходимо точку з координатами $X_2(x_1 = 86{,}2;\ x_2 = 64{,}56)$, яку вважаємо оптимальним планом. Оскільки закон розподілу попиту рівномірний, імовірність попадання в довірчий інтервал 78%, тоді прибуток буде в межах 333849-428782.

Оптимізуємо план реалізації продукції за умов цінового ризику. Якщо майбутні ринкові ціни не детерміновані, то власник продукції завжди має ризик отримати у майбутньому дохід від реалізації продукції менший, аніж очікуваний. Обсяг збуту продукції визначається передусім її ціною, отже, як цільову функцію доцільно брати максимізацію не всієї виготовленої, а лише реалізованої продукції. Необхідно визначати також і оптимальний рівень ціни на одиницю продукції, за якої обсяг збуту був би максимальним. Цільова функція в такому разі буде виражена добутком двох невідомих величин: оптимальної ціни одиниці продукції на оптимальний обсяг відповідного виду продукції, тобто буде нелінійною.

В нашому випадку, несхильний до ризику план реалізації продукції визначатиметься двокритеріальною задачею. За розв'язок цієї задачі слід обрати такий із її ефективних планів, за якими співвідношення показників очікуваного прибутку та дисперсії загального прибутку буде надважливим з точки зору власника продукції.

Запишемо економіко-математичну модель цієї задачі. Критерієм оптимальності візьмемо максимізацію чистого доходу: за умов: $max F = 75x_1^2 - 6289x_1 + 75x^2{}_2 - 2369x_2 + 11250$

$$1763x_1 + 4562x_2 \le 1000000,\quad \sigma^2(x) \to \min \tag{6}$$

Існує широке коло різних методів розв'язування задач нелінійного програмування. Вони в основному базуються на застосуванні диференційного числення і залежать від конкретної постановки задачі та форми економіко-математичної моделі. Для розв'язування цієї системи рівнянь використовуємо метод Лагранжа [6].

Запишемо функцію Лагранжа:

$$L(x_1,x_2,\lambda_1)= \\ =(75x_1^2-6289x_1+75x_2-2369x_2^2)+\lambda_1(1000000-1763x_1-4562x_2)+ \\ -\lambda_2(1{,}9x_1+3{,}2x_2). \tag{7}$$

Візьмемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1}=(150x_1-6289)-1763\lambda_1-1{,}9\lambda_2=0; \\ \frac{\partial L}{\partial x_2}=(150x_2-2369)-4563\lambda_1-3{,}2\lambda_2=0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1}=1000000-1763x_1-4562x_2=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_2}=-(1{,}9x_1+3{,}2x_2)=0. \end{cases} \tag{8}$$

Тобто отримали сідлову точку: $X\ (x_1=83;\ x_2=68)$ Прибуток при цьому F=426545.

Висновки

Новизна даної роботи полягає у розробці математичної моделі фінансової діяльність підприємства, яка полягає в мінімізації оборотних активів та максимізації прибутку. Створена стохастична модель, оскільки попит є випадковою величиною. Для розв'язування систем нелінійних рівнянь використовувався метод Франка Вульфа, оскільки в основі градієнтних методів лежить основна властивість градієнта диференційованої функції – визначати напрям найшвидшого зростання цієї функції. Несхильний до цінового ризику план реалізації продукції визначається двокритеріальною задачею, яка розв'язується методом Лагранжа. Таким чином, використовуючи цю модель вдалося оптимізувати план випуску продукції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций. Хемди А. Таха : [пер. с англ.] / А.А.Минько: Вильямс, 2005. – 912 с; – На пер. 1-й авт.: Хемди А. Таха. – Предм. указ.: с. 893–901.–3000 экз. – ISBN 5-8459-0740-3.

2. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: Навчюпосіб.–К.: КНЕУ, –2005.– 452 с.

3. Цеслів О.В. Дослідження динамічної моделі управління запасами. /Вісник КНУТД, №6, 2006.

4. Беллман Р. Введение в теорию матриц.– М.: –1976.

5. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент. – К.: МП «ИТЕМ» ЛТД, «Юнайтед Лондон Трейд Лимитед», –1995. – 448 с. – ISBN 6–82207–052–5.

6. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. – К.: ТОВ «Бори сфен-М», –1996. – 336 с. – ISBN 5–7707–9819–Х.