

ЗНАХОДЖЕННЯ ТОЧНОГО ЗНАЧЕННЯ РЕЗОНАНСНОЇ ЧАСТОТИ РЕАЛЬНОГО ПАРАЛЕЛЬНОГО RLC – КОНТУРА

Блохін Д.О. – гр. БЗКІ-23, *daniel.blokhin@ukr.net*

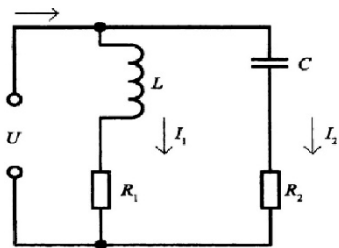
Демішонкова С.А. – к.т.н., доц., *demishonkova.sa@knutd.com.ua*

Київський національний університет технологій та дизайну

Метою роботи є знаходження точної формули значення частоти, на якій величина провідності реального паралельного резонансного контуру буде мінімальною, а відповідно і мінімальним буде струм, що проходить через контур (резонанс струму).

Постановка проблеми

Розглянемо паралельний коливальний контур, який зображений на малюнку.



На вхід цього контуру подаємо гармонійні коливання $U = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Амплітуда струму $I(t, \omega)$, що проходить через контур, залежить від частоти ω . Існують декілька означень резонансної частоти.

Означення 1: – це така частота ω_0 , при якій комплексний імпеданс контуру буде чисто дійсним: $\text{Im} Z = 0$.

Означення 2: це така частота ω_1 , при якій модуль комплексного імпедансу контуру буде набувати екстремального значення (для контуру заданого виду модуль імпедансу Z має максимум, а модуль провідності $Y = \frac{1}{Z}$ буде мати мінімум).

Для послідовного RLC - контуру, або для ідеального паралельного LC - контуру ($R_1 = R_2 = 0$) ці два означення співпадають і дають класичну формулу для резонансної частоти $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, яка була відкрита У. Томпсоном у 1853 році.

Однак, коли R_1 , або R_2 не нульові, то ці означення приводять до різних частот. С практичної точки зору цікавим є тільки означення 2, оскільки воно дає реальні характеристики струму. Для невеликих значень R_1 , R_2 , ω_0 та ω_1 мало відрізняються один від одного і тому замість ω_1 в розрахунках використовують ω_0 (вважають, що $\omega_1 \approx \omega_0$). На теперешній час не існує точної формули для обчислення справжньої резонансної частоти ω_1 . В підручниках та довідниках наводяться декілька наближених формул [2],[3],[4],[5],[6] але не вказані точні межі їх застосування та похибки, що виникають при заміні точної резонансної

Платформа: ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ СИСТЕМИ. ЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ. ВІДНОВЛЮВАЛЬНА ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ

частоти на наближене значення. Точна формула до тепер була відома тільки в деяких випадках, коли R_1 або R_2 нульові [1].

Результати досліджень. Введемо позначення деяких величин, що пов'язані з контуром: $a = \frac{R_1^2 C}{L}$, $b = \frac{R_2^2 C}{L}$, $D^2 = \frac{1+2a+\sqrt{ab}}{1+2b+\sqrt{ab}}$. Величини $Q_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{L}{C}}$ та $Q_2 = \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ відомі як добротності послідовних коливальних контурів $R_1 LC$ та $R_2 LC$. Для контурів, які знаходять практичне застосування $a < 1$ та $b < 1$ (часто значне наближене до нуля). Величина D характеризує асиметрію контуру.

Результати обчислень дають таку формулу для резонансної частоти:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \cdot \frac{D-a}{1-Db}$$

У деяких випадках, коли $a = 0$ або $b = 0$, отримуємо вже відомі формули:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \sqrt{\frac{1}{1+2b-b}} \quad \text{або} \quad \omega_1^2 = \frac{1}{LC} (\sqrt{1+2a}-a)$$

Наявність точної формули та її розкладання в ряд за a та b :

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(a-b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2(1-a-b) + (a+b)^4(\dots)\right)$$

або в стандартних позначеннях:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{C}{L}\right)^2 (R_1^2 - R_2^2)(R_1 + R_2)^2 \left(1 - \frac{C}{L}(R_1^2 + R_2^2)\right) + \dots\right)$$

дозволяє знайти похибку у кожній відомій наближеної формулі.

Висновок. В результаті проведеного дослідження знайдена точна формула для резонансної частоти та наближені формули для обчислень з довільної точністю.

Л і т е р а т у р а

1. K. Cartwright, E. Joseph, E. Kaminsky, Finding the Exact Maximum Impedance Resonant Frequency of a Practical Parallel Resonant Circuit Without Calculus, Technology Interface International Journal, vol. 11, no. 1, Fall/Winter 2010.

2. Noel M. Morris Electrical Circuit Analysis and Design. Macmillan. 1993, 420 p.

3. Електротехнічний довідник: в 4 т. Т. 1. / В.Г. Герасімов., 2003. 440 с.

4. R. E. Simpson, Introductory Electronics for Scientists and Engineers (Allyn and Bacon, Boston, 1987), 956 p.

5. P. Horowitz and W. Hill, The Art of Electronics, 3rd ed. (Cambridge U. P., New York, 2015), 1222 p.

6. P. Scherz and S. Monk, Practical Electronics for Inventors, 4th ed. (McGraw-Hill, San Francisco, 2016), 1056 p.