

$$\mathfrak{N} = \frac{3 \times 2,25 + 8 \times 3,58333}{11 \times 3,58333} = 11,537.$$

Це означає, що для отримання такого ж рівня точності при використанні повністю рандомізованого однофакторного експерименту знадобиться збільшити кількість спостережень в 11 — 12 разів.

### Висновки

На даному прикладі було показано як метод блокового рандомізованого експерименту забезпечує оцінку якості, попиту товару з урахуванням людського фактору.

Створена база даних за допомогою зазначеного методу дозволяє маніпулювати інформацією щодо попиту на товари з урахуванням людських вподобань для вирішення благодійних та прибуткових цілей.

### Література

1. "Statistics for Managers" by David M. Levine, David F. Stephan, Timothy C. Krehbiel, Mark L. Berenson: Prentice Hall, 2005, 1310 p.
2. "Analysis of Variance and Covariance: How to Choose and Construct Models for the Life Sciences" by Eugene Demidenko: Cambridge University Press, 2014, 400 p.

РЕЗАНОВА В.Г., ЛЕВЧЕНКО В. М.

### ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ

REZANOVA V.G., LEVCHENKO V. M.

#### SOFTWARE FOR CONSTRUCTING A MATHEMATICAL MODEL OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS

*Dynamic transformations taking place in all spheres of our life, rapid development of technology and equipment, continuous informatization and computerization, processes of globalization and integration of Ukraine into the world space today place high demands on scientific research and the use of computer technologies. Modern industry is designed to satisfy the population's needs for goods*

*Scientific research is mainly carried out experimentally, theoretical methods are used significantly less. But mathematical modeling of technological processes is important from the point of view of the possibility of obtaining theoretically grounded practical results, therefore the task set in the work is relevant.*

*The development of software that implements all the steps described above will allow to rationalize the researcher's work. It will be possible to build different models and compare them without carrying out cumbersome manual calculations. Ultimately, the application of mathematical and informational methods opens up opportunities for further scientific research and obtaining important practical results. In particular, mathematical models can be used to optimize process parameters and to predict its behavior in the future.*

### Вступ

Динамічні перетворення, які відбуваються у всіх сферах нашого життя, швидкий розвиток техніки та технологій, суцільна інформатизація та комп'ютеризація, процеси глобалізації та інтеграція України у світовий простір ставлять на сьогодні високі вимоги до наукових досліджень та використання комп'ютерних технологій. Сучасна промисловість покликана задовольняти потреби населення в товарах. Становлення стабільного стану економіки підприємств вимагає розробки дійових механізмів і підходів, впровадженням нових технологій і активізації маркетингової роботи, які б дали змогу підвищити ефективність виробництва, створити сприятливі інвестиційні умови, забезпечити конкурентоспроможність продукції на споживчому ринку [1,2].

### **Постановка завдання**

Наукові дослідження здійснюються в основному експериментальним шляхом, теоретичні методи використовуються суттєво менше. Але математичне моделювання технологічних процесів є важливим з точки зору можливості отримання теоретично обґрунтованих практичних результатів, отже поставлена в роботі задача є актуальною.

### **Основна частина**

Побудову математичної моделі залежності критеріїв вихідних функцій задачі від вхідних факторів будемо здійснити на основі результатів експериментів, проведених за планом [3].

Експеримент необхідно поставити так, щоб при мінімальній кількості дослідів, варіюючи значення незалежних змінних за спеціально сформульованими правилами, побудувати математичну модель системи і знайти оптимальні значення властивостей системи.

Експеримент, в якому реалізуються усі можливі поєднання рівнів всіх незалежних змінних (факторів) - це повний факторний експеримент. Коли число рівнів рівняється двом, то це повний факторний експеримент типу  $2^k$ . Умови експерименту представляють у вигляді таблиці - матриці планування, де рядки відповідають певним дослідом, а стовпці - значенням чинників. Геометрична інтерпретація повних факторних планів: план  $2^2$  задається координатами вершин квадрата, план  $2^3$  - координатами вершин куба, при  $k > 3$  - координатами вершин гіперкуба.

Знаходження моделі методом ПФЕ складається з:

- планування експерименту;
- власне експерименту;
- перевірки відтворюваності (однорідності вибіркової дисперсії);
- утворення математичної моделі об'єкта з перевіркою статистичної значущості вибіркового коефіцієнта регресії;
- перевірки адекватності математичного опису.

Вибір факторів, вихідних параметрів і моделей відбувається з урахуванням мети дослідження. Математична модель, що може бути побудована за результатами експериментів і описує процеси, що відбуваються, залежно від вхідних факторів, можна знаходити, зокрема, у вигляді поліному певного порядку [1,2]. Часто використовують квадратичні, неповні кубічні та кубічні моделі – в силу простоти, а з іншого боку – здатності досить добре описувати процеси, що відбуваються. Обрання виду моделі здійснюється на основі емпіричних знань дослідника. Зокрема, модель у вигляді неповного кубічного поліному має вигляд:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (1)$$

де:  $\beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ijk}$  – невідомі коефіцієнти поліному;

$x_1, x_2, x_3$  – фактори (вхідні параметри) процесу;

$y_1, y_2$  – вихідні параметри процесу.

До параметрів висувають ряд вимог:

- ефективність з точки зору досягнення мети (тобто параметр оптимізації повинен оцінювати функціонування системи в цілому, а не окремих її підсистем);
- універсальність (здатність до всебічної характеристики об'єкта дослідження);
- кількісний вираз одним числом;
- наявність фізичного смислу;
- простота і доступність обчислення.

Для універсалізації роботи перетворимо модель (1) до вигляду узагальненої лінійної залежності:

$$\hat{y} = \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3 + \beta_{12} z_{12} + \beta_{13} z_{13} + \beta_{23} z_{23} + \beta_{123} z_{123},$$

де  $z_{12}=x_1 x_2$ ;  $z_{13}=x_1 x_3$ ;  $z_{23}=x_2 x_3$ ;  $z_{123}=x_1 x_2 x_3$ .

Невідомі коефіцієнти, які необхідно обчислити за результатами експерименту, будемо шукати за методом найменших квадратів (МНК) в матричному вигляді [4], суть якого полягає у наступному. Нехай виконується  $n$  експериментів, в кожному з яких незалежним змінним (факторам)  $x$  надаються певні значення, і при цьому одержуються деякі значення залежної змінної  $y$ . Нехай  $x^i = (x_1^i, \dots, x_p^i)$  набір значень незалежних змінних, що було надано їм в  $i$ -му експерименті,  $y_i$  – відповідні значення залежної змінної. Згідно з МНК в якості оцінки вектора

параметрів  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_m)$  береться такий вектор  $b = (b_1, \dots, b_m)$  при якому сума  $S(\beta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x^i; \beta)]^2$  приймає мінімальне значення по  $\beta$ .

Нехай  $X$  – матриця плану, де  $n$  – кількість точок плану,  $p$  – кількість факторів;  $Y$  – вектор-стовпчик значень залежної змінної (параметра оптимізації), що спостерігаються у певних точках плану;  $b$  – вектор-стовпчик невідомих коефіцієнтів. Тоді, згідно з МНК:  $b = (X'X)^{-1} X'Y$ , де «штрих» означає операцію транспонування.

Знайдені коефіцієнти – компоненти вектора  $b$  – вказують на силу впливу окремих чинників на результат. Програмно побудовану модель [5] необхідно перевірити на адекватність, після чого можна використовувати її для подальших наукових досліджень.

## Висновки

Розробка програмного забезпечення, що реалізує всі вищеописані кроки, дозволить раціоналізувати роботу дослідника. З'явиться можливість без проведення громіздких ручних розрахунків будувати різні моделі і порівнювати їх. В кінцевому рахунку – застосування математичних та інформаційних методів відкриває можливості для подальших наукових досліджень та отримання важливих практичних результатів. Зокрема – математичні моделі можуть бути використані для оптимізації параметрів процесу та для прогнозування його поведінки у майбутньому.

**Ключові слова:** програмне забезпечення, експеримент, математична модель, метод найменших квадратів

## Література

1. Резанова В.Г., Резанова Н.М. Програмне забезпечення для дослідження полімерних систем. Монографія. – К.: АртЕк, 2020. – 358 с.
2. Резанова В.Г., Резанова Н.М. Програмне забезпечення для оптимізації складу багатокомпонентних сумішей. Монографія.- К.:АртЕк. - 2022. 315 с.
3. Нечаєв В.П., Берідзе Т.М., Кононенко В.В., Рябушенко Н.В., Брадул О.М. Теорія планування експерименту. - К.: Кондор, 2005. – 232 с.
4. N. R. Draper, H. Smith Applied Regression Analysis. - John Wiley & Sons, 1998. - 736 p.
5. Stroustrup B. Programming: Principles and Practice Using C++ (2nd Edition). Addison-Wesley Professional, 2014. – 1312 p.