

С. О. Кошель¹, В. М. Дворжак¹,
Г. В. Кошель², М. Г. Залюбовський²

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ СКЛАДНИХ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ ВИЩИХ КЛАСІВ

¹ Київський національний університет технологій та дизайну,
вул. Немировича-Данченка, 2, Київ, Україна; e-mail: a_koshel@ukr.net
² Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна»,
вул. Львівська, 23, Київ, Україна; e-mail: markzalubovskiy@gmail.com

Abstract. The action sequence is performed and the kinematic analysis is carried out for the complex plane mechanism of the fourth-class with units of the second-order structure group using the mathematical models with the next realization in the MathCad software. To verify this approach, the calculation is carried out by the graph-analytical method. The provisions of the theory of mechanisms and machines relative to the structural construction of mechanisms are taken into account. The singular Assur point is used which is characteristic for the structural group of links. It is confirmed that the shown above kinematic analysis is performed with an accuracy of at least 95 percent which is common for the engineering analysis. The proposed sequence can be used to carry out the analogical studies of the mechanisms of the fourth and more class.

Key words: fourth-class flat mechanism, velocity, acceleration, kinematic computer modelling, MathCad.

Вступ.

Для реалізації робочих процесів, у тому числі технологічних процесів легкої промисловості, широко використовуються циклові технологічні машини та машини-автомати, робочі органи яких повинні здійснювати зупинку робочого органу, зворотний хід упродовж певної частини циклу роботи обладнання. В сучасних технологічних машинах для цього використовуються переважно багатоланкові плоскі важільні механізми другого та третього класів. Задачі кінематичного аналізу та синтезу плоских важільних механізмів другого класу є статично визначеними. В даний час активно проводяться дослідження плоских важільних механізмів третього та вище класів. Однак питання використання в технологічних машинах механізмів, які містять структурні групи ланок вищу за третю для реалізації технологічного процесу із зупинкою робочого органу мало досліджені. Причиною цього слід вважати складність кінематичного аналізу та синтезу механізмів четвертого та вище класів і відсутність відповідних методів дослідження та уніфікованих способів підтвердження отриманих результатів. В ряді робіт останніх років приділяється значна увага аналізу складних плоских багатоланкових механізмів вищих класів. В одних роботах розглядаються задачі синтезу та структурного аналізу таких механізмів [6, 8, 12, 16], в інших – виконуються кінематичні та силові дослідження [4, 14]. Так, кінематичним дослідженням механізмів шостого класу приділена увага в роботах [9, 10], для механізмів обладнання легкої промисловості – [2, 5]. Аналіз механізмів проводиться всіма можливими способами дослідження: аналітичним [1, 3], графоаналітичним [7], графічним [11]. Складні багатоланкові плоскі механізми все частіше застосовуються в технологічному обладнанні легкої промисловості. Недостатня розробка способів їх аналізу, відсутність універсального методу дослідження є факторами стримування їх застосування в машинах. Ро-

боти, в яких розглядаються питання кінематичного дослідження таких механізмів, є актуальними.

В статті представлено результати кінематичного дослідження складного плоского механізму зі структурною групою ланок четвертого класу другого порядку. При цьому в §1 дослідження механізму проведено із застосуванням математичних моделей, що описують функції положення, швидкостей і прискорень рухомих ланок за допомогою апарату векторної алгебри з подальшою реалізацією в програмі MathCad. В §2 виконано експертний розрахунок отриманих результатів, що проводився графоаналітичним методом з використанням положень теорії механізмів і машин про структурне та кінематичне дослідження складних плоских механізмів.

§1. Кінематичний аналіз механізму четвертого класу методом математичного моделювання за допомогою програми MathCad.

Розглянемо механізм, структурна схема якого наведена на рис. 1. Механізм розміщується в вертикальній площині XOY правосторонньої системи координат (далі ПСК) з початком в точці O . Механізм складається з ведучої ланки – кривошипа 1, положення якого визначається кутом φ_1 , та приєднаної до нього структурної групи четвертого класу другого порядку, яка містить чотири ланки (2 – 5). До групи четвертого класу другого порядку входять дві складні ланки 2 та 5, які разом з ланками 3 та 4 утворюють замкнений контур, що геометрично змінюється під час руху механізму. Усі кінематичні пари, які утворюються ланками механізму, є обертальними кінематичними парами п'ятого класу.

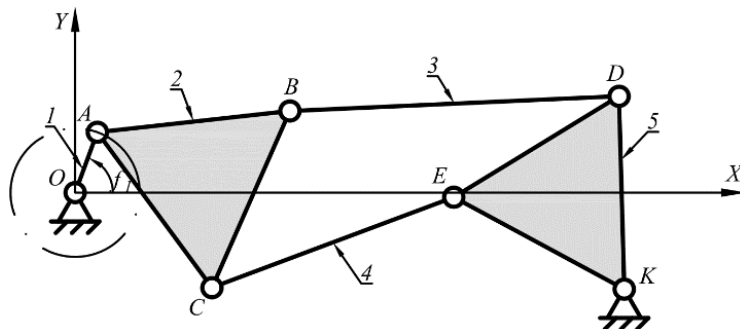


Рис. 1

Позначимо кінематичні пари механізму: A, B, C, D, E та K . Радіус-вектори кінематичних пар у прийнятій ПСК наступні: $P_O, P_A, P_B, P_C, P_D, P_E$ та P_K . Представимо на рис. 2 схему механізму четвертого класу у вигляді вільних векторів та радіус-векторів: кривошип 1 – P_{O-A} ; шатун 2 – $P_{A-C}, P_{C-B}, P_{A-B}$; шатун 3 – P_{B-D} ; шатун 4 – P_{C-E} ; коромисло 5 – $P_{K-E}, P_{K-D}, P_{D-E}$. Перша буква в індексі позначення вектора вказує на початок вектора, друга – на його кінець. Довжини вказаних векторів позначимо L_{i-j} .

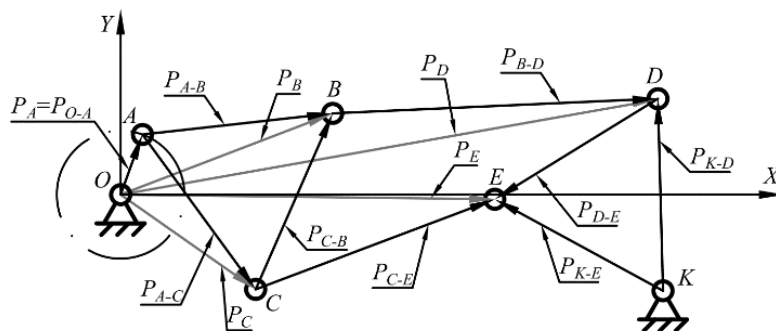


Рис. 2

Для проведення кінематичного аналізу механізму вважатимемо відомими наступні геометричні параметри: довжини всіх ланок та координати геометричних центрів нерухомих кінематичних пар, які представлено в табл. 1. За узагальнену координату приймаємо кут повороту кривошипу f_1 .

Таблиця 1

Позначення параметра	L_{O-A}	L_{A-C}	L_{C-B}	L_{A-B}	L_{C-E}	L_{B-D}	L_{K-E}	L_{K-D}	L_{D-E}	O_X	O_Y	K_X	K_Y
Величина параметра, мм	10	30	30	30	40	51	30	30	30	0	0	85	-15

Для розв'язування задачі визначення положень ланок механізму виділяємо векторні контури $P_{A-C} \rightarrow P_{C-E} \rightarrow P_{K-A} \leftarrow P_{K-E}$ та $P_{A-B} \rightarrow P_{B-D} \rightarrow P_{K-A} \leftarrow P_{K-D}$ і складаємо векторні рівняння їхньої замкнутості:

$$\begin{bmatrix} L_{A-C} \cos(f_{A-C-0}) \\ L_{A-C} \sin(f_{A-C-0}) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{C-E} \cos(f_{C-E-0}) \\ L_{C-E} \sin(f_{C-E-0}) \\ 0 \end{bmatrix} + P_{K-A}(f_1) = \begin{bmatrix} L_{K-E} \cos(f_{K-E-0}) \\ L_{K-E} \sin(f_{K-E-0}) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (1.1)$$

$$\begin{bmatrix} L_{A-B} \cos(f_{A-C-0} + \alpha_1) \\ L_{A-B} \sin(f_{A-C-0} + \alpha_1) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{B-D} \cos(f_{B-D-0}) \\ L_{B-D} \sin(f_{B-D-0}) \\ 0 \end{bmatrix} + P_{K-A}(f_1) = \begin{bmatrix} L_{K-D} \cos(f_{K-E-0} - \alpha_2) \\ L_{K-D} \sin(f_{K-E-0} - \alpha_2) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.2)$$

де

$$P_{K-A}(f_1) := \begin{bmatrix} P_{1X} + L_{O-A} \cos(f_1) - P_{7X} \\ P_{1Y} + L_{O-A} \sin(f_1) - P_{7Y} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (1.3)$$

$$\alpha_1 := \arccos \left[\frac{L_{A-C}^2 + L_{A-B}^2 - L_{C-B}^2}{2L_{A-C}L_{A-B}} \right]; \quad (1.4)$$

$$\alpha_2 := \arccos \left[\frac{L_{K-D}^2 + L_{K-E}^2 - L_{D-E}^2}{2L_{K-D}L_{K-E}} \right]. \quad (1.5)$$

Розв'язування рівнянь (1.1) та (1.2) виконуємо числовим методом із застосуванням обчислювального блоку Given-Find MathCad. Для цього задаємо початкові параметри кутів f_{i-j-0} , в околі яких обчислювальний блок MathCad здійснює пошук величин кутів f_{i-j} положення ланок відносно осі X . Для механізму, що досліджується, приймаємо такі початкові величини кутів f_{i-j-0} : $f_{A-C-0} := -5^\circ$; $f_{C-E-0} := 5^\circ$; $f_{K-E-0} := 170^\circ$; $f_{B-D-0} := 0^\circ$.

Розв'язки рівнянь (1.1) і (1.2) представляємо у векторному вигляді:

$$\left[f_{A-C}(f_1) \ f_{C-E}(f_1) \ f_{K-E}(f_1) \ f_{B-D}(f_1) \right]^T = \text{Find}(f_{A-C-0}, f_{C-E-0}, f_{K-E-0}, f_{B-D-0}). \quad (1.6)$$

Від вибору початкових величин кутів положення ланок залежить конструктивно правильне складання механізму з числа можливих його варіантів. З метою перевірки правильності складання механізму, а також для визначення кутів положення його ланок, проводимо схемотехнічне моделювання механізму з побудовою графіка візуалізації його кінематичної схеми.

При схемотехнічному моделюванні механізму визначаємо вектори-ланки $P_{A-C}(f_1), P_{C-E}(f_1), P_{K-E}(f_1), P_{A-B}(f_1), P_{B-D}(f_1), P_{K-D}(f_1)$ і $P_{K-D}(f_1)$ у функції кута кривошипа f_1 за обчисленими з виразу (1.6) кутами положення ланок:

$$P_{A-C}(f_1) := T_Z(f_{A-C}(f_1)) \cdot e_X \cdot L_{A-C}; \quad (1.7)$$

$$P_{C-E}(f_1) := T_Z(f_{C-E}(f_1)) \cdot e_X \cdot L_{C-E}; \quad (1.8)$$

$$P_{K-E}(f_1) := T_Z(f_{K-E}(f_1)) \cdot e_X \cdot L_{K-E}; \quad (1.9)$$

$$P_{A-B}(f_1) := T_Z(\alpha_1) \cdot \frac{P_{A-C}(f_1)}{L_{A-C}} \cdot L_{A-B}; \quad (1.10)$$

$$P_{B-D}(f_1) := T_Z(f_{B-D}(f_1)) \cdot e_X \cdot L_{B-D}; \quad (1.11)$$

$$P_{K-D}(f_1) := T_Z(-\alpha_2) \cdot \frac{P_{K-E}(f_1)}{L_{K-E}} \cdot L_{K-D}, \quad (1.12)$$

де $e_X := [1 \ 0 \ 0]^T$ – орт осі X ПСК. $T_Z(f_i) := \begin{bmatrix} \cos(f_i) & -\sin(f_i) & 0 \\ \sin(f_i) & \cos(f_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матриця повороту вектора в площині XOY , аргументом якої є кут повороту f_i вектора.

Визначаємо радіус-вектори кінематичних пар $P_A(f_1), P_B(f_1), P_C(f_1), P_D(f_1)$ і $P_E(f_1)$ в залежності від кута кривошипа f_1 у прийнятій ПСК:

$$P_A(f_1) := [L_{O-A} \cos(f_1) \ L_{O-A} \sin(f_1) \ 0]^T; \quad (1.13)$$

$$P_C(f_1) := P_A(f_1) + P_{A-C}(f_1); \quad (1.14)$$

$$P_B(f_1) := P_A(f_1) + P_{A-B}(f_1); \quad (1.15)$$

$$P_D(f_1) := P_B(f_1) + P_{B-D}(f_1); \quad (1.16)$$

$$P_E(f_1) := P_C(f_1) + P_{C-E}(f_1). \quad (1.17)$$

Графік візуалізації кінематичної схеми механізму будуюмо за визначеними з виразів (1.13) – (1.17) радіус-векторами з використанням функції представлення вільних векторів на 2D графіках в MathCad:

$$\text{Link}(RV_1, RV_2, K) := [RV_{1_k} \ RV_{2_k}]^T, \quad (1.18)$$

де RV_1 та RV_2 – радіус-вектори, відповідно, початку і кінця вектора, який представляє ланку на графіку візуалізації кінематичної схеми механізму в MathCad.

Графіки положення ланок механізму будуюмо з використанням функції Position, що наведена на рис. 3 програмним блоком для визначення положень механізму на графічній візуалізації кінематичної схеми механізму в MathCad:

```

Position(P, fmin, n, Rotation, K) :=
  j ← 1
  i ← 1
  k ← rows(P)
  for i ∈ 1..k
    for j ∈ 1..n + 1
      P1 ← Pi
      Mi,j ← P1 [ fmin + (Rotation · 360° / n) · (j - 1) ] K
      j ← j + 1
    i ← i + 1
  M

```

Рис. 3

Аргументами функції *Position* є: *P* – вектор радіус-векторів характерних точок механізму; *f_{min}* – кут початкового положення кривошипа; *n* – кількість положень механізму; *Rotation* – змінна, яка визначає напрямок обертання кривошипа; *K* – змінна, яка визначає вісь проєкції радіус-вектора характерної точки механізму.

З використанням функцій (1.18) та *Position* будемо графічну візуалізацію кінематичної схеми механізму, що суміщена із дванадцятьма його положеннями та траєкторіями характерних точок (рис. 4). Графічна візуалізація допомагає відслідкувати правильність складання механізму та виконати перевірку відсутності, так званого, дефекту галуження за цикл його роботи.

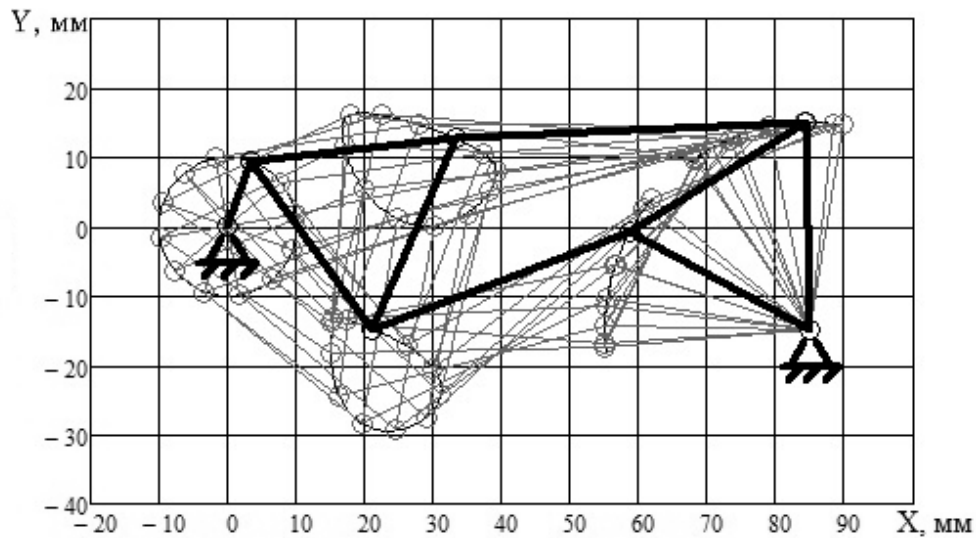


Рис. 4

Вектори кутових швидкостей ланок у загальному вигляді визначаємо за виразом:

$$\omega_{i-j}(f_1) := f'(P_{i-j}(f_1), r'(P_{i-j}, f_1, \Delta\alpha)) \cdot \omega_1, \quad (1.19)$$

де $f'(r, r') := \frac{r \times r'}{(r)^2}$ – функція для визначення аналогу кутової швидкості ланки;

$$r'(r, \alpha, \Delta\alpha) := \begin{bmatrix} \frac{r(\alpha + \Delta\alpha)_X - r(\alpha)_X}{\Delta\alpha} \\ \frac{r(\alpha + \Delta\alpha)_Y - r(\alpha)_Y}{\Delta\alpha} \\ \frac{r(\alpha + \Delta\alpha)_Z - r(\alpha)_Z}{\Delta\alpha} \end{bmatrix} - \text{функція для числового обчислення першої по-}$$

хідної.

Вектори кутових прискорень у загальному вигляді визначаємо за виразом:

$$\varepsilon_{i-j}(f_1) := f''(P_{i-j}(f_1), r''(P_{i-j}, f_1, \Delta\alpha)) \cdot \omega_1^2 + r'(P_{i-j}, f_1, \Delta\alpha) \cdot \varepsilon_1, \quad (1.20)$$

де $f''(r, r'') := \frac{r \times r''}{(|r|)^2}$ – функція для визначення аналогу кутового прискорення ланки;

$$r''(r, \alpha, \Delta\alpha) := \begin{bmatrix} \frac{r(\alpha + \Delta\alpha)_X - 2r(\alpha)_X + r(\alpha - \Delta\alpha)_X}{\Delta\alpha^2} \\ \frac{r(\alpha + \Delta\alpha)_Y - 2r(\alpha)_Y + r(\alpha - \Delta\alpha)_Y}{\Delta\alpha^2} \\ \frac{r(\alpha + \Delta\alpha)_Z - 2r(\alpha)_Z + r(\alpha - \Delta\alpha)_Z}{\Delta\alpha^2} \end{bmatrix} -$$

функція для чисельного обчислення другої похідної.

За функцією (1.6) отримуємо значення функцій кутів повороту ланок в залежності від кута повороту кривошипу та виконуємо графічні побудови (рис. 5).

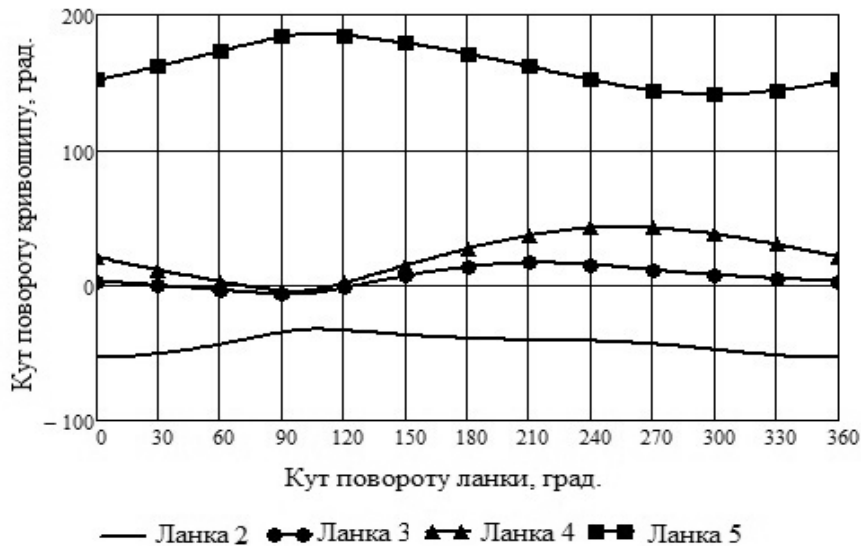


Рис. 5

Визначаємо функції кутових швидкостей ланок в залежності від кута повороту кривошипу (1.19) та виконуємо графічні побудови (рис. 6).

Визначаємо функції кутових прискорень ланок в залежності від кута повороту кривошипу (1.20) та виконуємо графічні побудови (рис. 7).

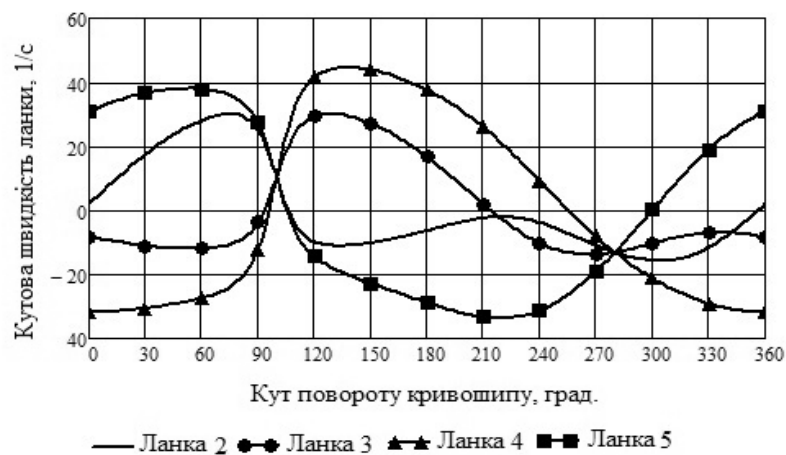


Рис. 6

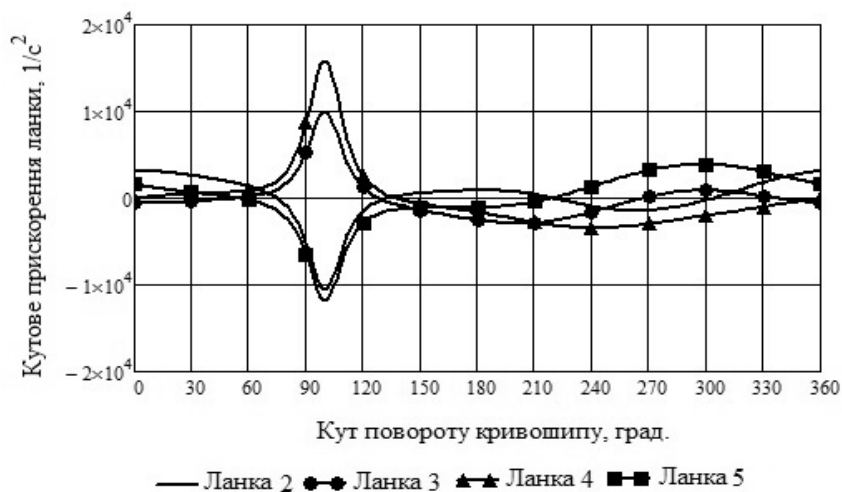


Рис. 7

Вектори лінійних швидкостей у загальному вигляді визначаємо за виразом:

$$V_i(f_1) = r'(P_i, f_1, \Delta\alpha) \cdot \omega_1. \quad (1.21)$$

Функції радіус-векторів лінійних швидкостей ланок механізму (1.21) дозволили виконати графічні побудови годографів лінійних швидкостей його характерних точок (рис. 8).

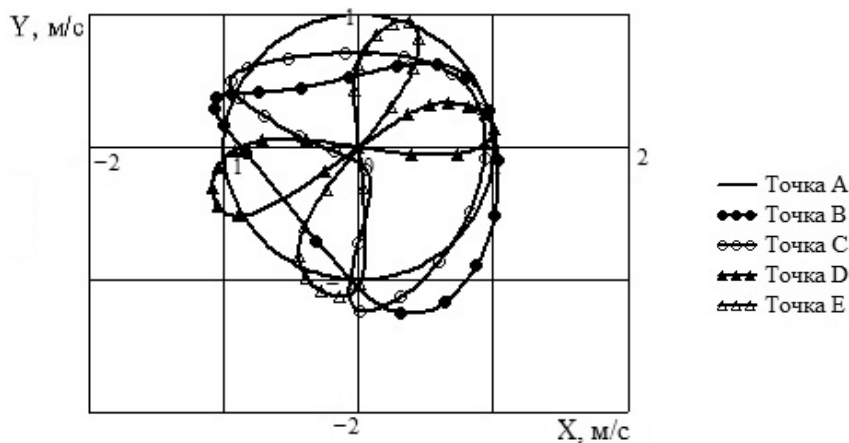


Рис. 8

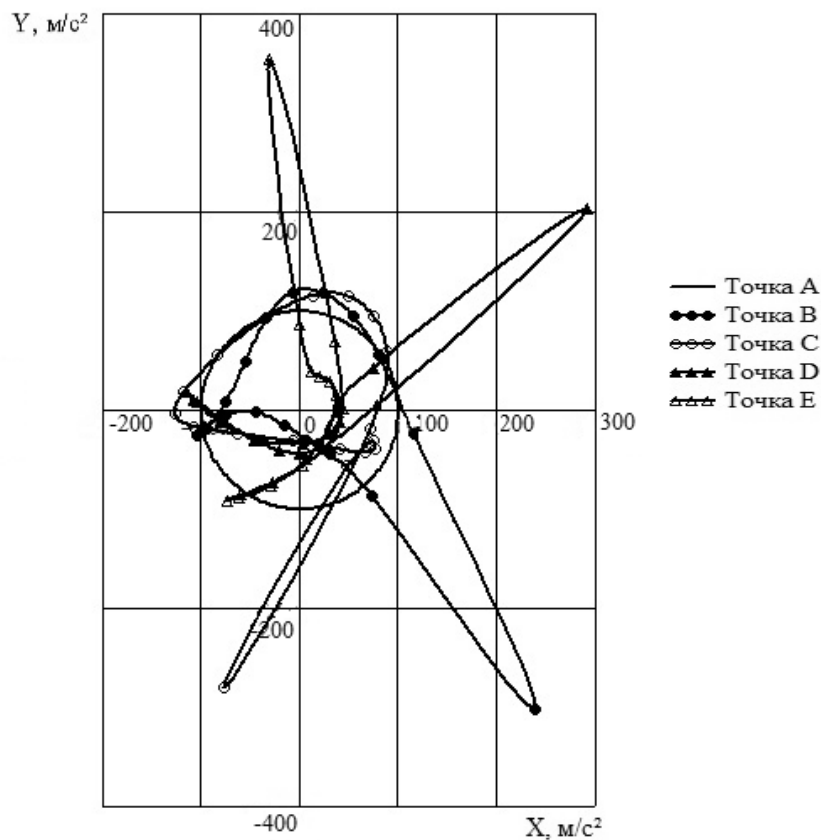


Рис. 9

Вектори лінійних прискорень у загальному вигляді визначаємо за виразом:

$$A_i(f_1) := r''(P_i, f_1, \Delta\alpha) \cdot \omega_1^2 + r'(P_i, f_1, \Delta\alpha) \cdot \varepsilon_1. \quad (1.22)$$

Функції радіус-векторів лінійних прискорень ланок механізму (1.22) дозволили виконати графічні побудови годографів лінійних прискорень його характерних точок (рис. 9).

§2. Перевірочний кінематичний розрахунок механізму четвертого класу за допомогою графоаналітичного методу.

Перевірку результатів кінематичних досліджень у чисельному вигляді виконуємо графоаналітичним методом в послідовності, що розроблена спеціально для аналізу механізму четвертого класу з структурною групою ланок другого порядку [13, 15]. Експертну перевірку робимо для положення ведучої ланки 1 ($f_1 = 70^\circ$), якому відповідає кінематична схема механізму, що наведена на рис. 10.

Вихідними параметрами для кінематичного дослідження механізму є кутова швидкість ведучої ланки 1 $\omega_1 = 100 = \text{const}(\text{с}^{-1})$ та масштаб довжин $K_l = 0,001(\text{м}/\text{мм})$ кінематичної схеми механізму.

Послідовність виконання дослідження за допомогою побудови плану швидкостей (прискорень) для механізму четвертого класу наступна: як ведучий кривошип механізму умовно обираємо ланку 5. Тоді формула будови такого механізму приймає вигляд, що відповідає механізму третього класу:

$$1 \text{ клас (ланки 0,5)} \rightarrow 3 \text{ клас 3 порядку (ланки 1-4)} .$$

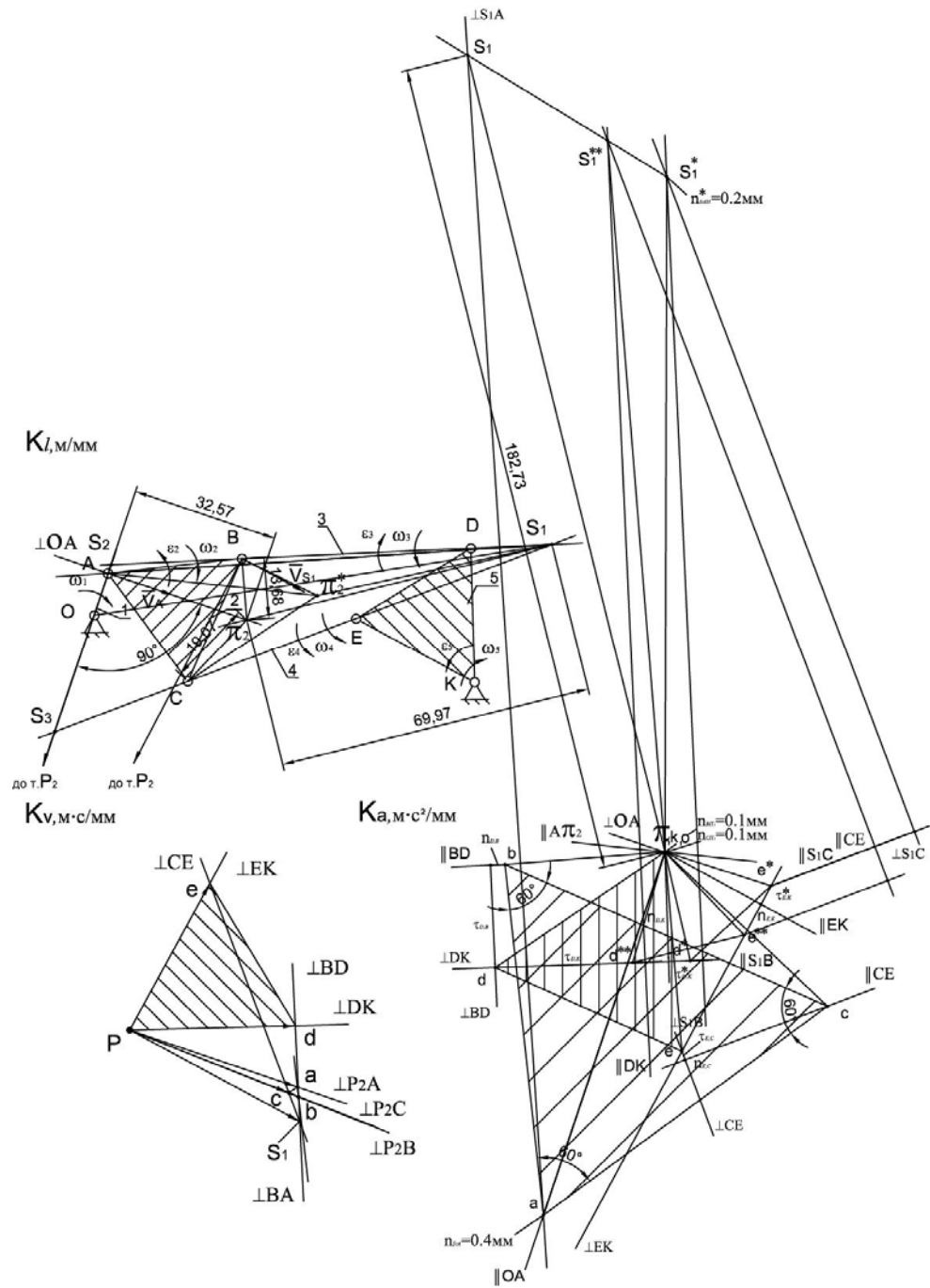


Рис. 10

Графічну побудову плану швидкостей (рис. 10) починаємо в довільно обраному масштабі. Побудову векторів p_e, p_d на плані швидкостей здійснюємо в напрямку, який визначений умовою, що точки E та D належать коромислу 5 (тобто в напрямку, перпендикулярному до відрізків EK та DK). На кінематичній схемі механізму знаходимо положення особливої точки Ассур S_1 (точка перетину геометричних осей ланок BD та CE) структурної групи ланок третього класу третього порядку, а потім ви-

136

значаємо вектор її лінійної швидкості на плані швидкостей, для чого використовуємо систему векторних рівнянь:

$$\begin{aligned}\vec{V}_{S_1} &= \vec{V}_B + \vec{V}_{S_1;B} = \vec{V}_D + \vec{V}_{B;D} + \vec{V}_{S_1;B}; \\ \vec{V}_{S_1} &= \vec{V}_C + \vec{V}_{S_1;C} = \vec{V}_E + \vec{V}_{C;E} + \vec{V}_{S_1;C},\end{aligned}\quad (2.1)$$

де $\vec{V}_B, \vec{V}_D, \vec{V}_C, \vec{V}_E$ – вектори абсолютних швидкостей точок B, D, C, E ; $\vec{V}_{S_1;B}, \vec{V}_{B;D}, \vec{V}_{C;E}, \vec{V}_{S_1;C}$ – відповідні вектори відносних швидкостей (відносна швидкість точки S_1 відносно точки B , точки B відносно точки D і т. ін.).

Використовуючи напрям векторів лінійних швидкостей точок A та S_1 (що знайдені з плану швидкостей), знаходимо положення миттєвого центру швидкостей ланки 2 (точка P_2 на плані положення механізму) на перетині перпендикулярів до векторів швидкостей точок A та S_1 , які побудовані, відповідно, з точок A та S_1 . Визначаємо лінійні швидкості точок C та B за напрямом (з плану положень механізму) та за величиною (з плану швидкостей механізму).

За теоремою подібності (трикутник плану положень механізму «ABC» є подібним трикутнику «abc» плану швидкостей), визначаємо положення кінця вектора швидкості \vec{V}_A на плані швидкостей (точка «а»). Розраховуємо дійсний масштаб плану швидкостей за рівнянням:

$$K_V = \frac{V_A}{Pa} = \frac{l_{OA} \cdot \omega_1}{Pa} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 100}{39,4} = 0,0254, \quad (2.2)$$

де Pa – довжина відрізка на плані швидкостей; l_{OA} – довжина ланки OA .

В розрахунках довжини відрізків на плані швидкості (прискорення) вимірюємо в міліметрах, а дійсні довжини ланок механізму – в метрах.

Кутові швидкості ланок механізму визначаємо з алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned}\omega_2^{gr} &= \frac{V_{B;A}}{l_{BA}} = \frac{ab \cdot K_V}{l_{BA}} = \frac{2,22 \cdot 0,0254}{30 \cdot 10^{-3}} = 1,98; \\ \omega_3^{gr} &= \frac{V_{D;B}}{l_{DB}} = \frac{bd \cdot K_V}{l_{DB}} = \frac{17,2 \cdot 0,0254}{51 \cdot 10^{-3}} = 8,57; \\ \omega_4^{gr} &= \frac{V_{C;E}}{l_{CE}} = \frac{ec \cdot K_V}{l_{CE}} = \frac{49,66 \cdot 0,0254}{40 \cdot 10^{-3}} = 31,53; \\ \omega_5^{gr} &= \frac{V_{D;K}}{l_{DK}} = \frac{Pd \cdot K_V}{l_{KD}} = \frac{36,9 \cdot 0,0254}{30 \cdot 10^{-3}} = 31,24,\end{aligned}\quad (2.3)$$

де $V_{B;A}, V_{D;B}, V_{C;E}, V_{D;K}$ – відповідні відносні швидкості (відносні швидкості точки B відносно точки A ; точки D відносно точки B і т. ін.); ab, bd, ec, Pd – довжини відрізків на плані швидкостей.

Побудову плану прискорень розпочинаємо з векторів $\pi e, \pi d$ (рис. 10), які відкладаємо в довільно обраному масштабі плану прискорень ($Ka = 1(\text{мс}^2 / \text{мм})$). Розраховуємо величину нормальних складових відносних прискорень $\vec{a}_{D;K}^n, \vec{a}_{E;K}^n$ за рівняннями:

$$\begin{aligned} a_{D;K}^n &= \omega_5^2 \cdot l_{DK} = 30,91^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 28,7; \\ a_{E;K}^n &= \omega_5^2 \cdot l_{EK} = 30,91^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 28,7, \end{aligned} \quad (2.4)$$

де ω_5 – кутова швидкість коромисла 5; l_{DK}, l_{EK} – довжини ланок DK та EK .

Виконуємо побудову цих векторів з полюса π плану прискорень з урахуванням їх напрямків. Перпендикулярно до них відкладаємо вектори відповідних тангенціальних складових відносних прискорень $\vec{a}_{D;K}^{\tau}, \vec{a}_{E;K}^{\tau}$ довільної однакової (з урахуванням того, що довжини ланок DK та EK є однаковими за величиною) довжини: так ми задаємося довільною величиною кутового прискорення $\varepsilon_5 (c^{-2})$ ланки 5, яка нам невідома.

Для визначення ліній можливих положень точки « s_1 » на плані прискорень використовуємо систему векторних рівнянь:

$$\begin{aligned} \vec{a}_{S_1} &= \vec{a}_B + \vec{a}_{S_1;B}^n + \vec{a}_{S_1;B}^{\tau} = \vec{a}_D + \vec{a}_{B;D}^n + \vec{a}_{B;D}^{\tau} + \vec{a}_{S_1;B}^n + \vec{a}_{S_1;B}^{\tau}; \\ \vec{a}_{S_1} &= \vec{a}_C + \vec{a}_{S_1;C}^n + \vec{a}_{S_1;C}^{\tau} = \vec{a}_E + \vec{a}_{C;E}^n + \vec{a}_{C;E}^{\tau} + \vec{a}_{S_1;C}^n + \vec{a}_{S_1;C}^{\tau}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

де $\vec{a}_B, \vec{a}_D, \vec{a}_C, \vec{a}_E$ – вектори абсолютних прискорень точок B, D, C, E ; $\vec{a}_{S_1;B}^n, \vec{a}_{B;D}^n, \vec{a}_{S_1;C}^n, \vec{a}_{C;E}^n$ – відповідні вектори нормальних складових відносних прискорень (відносне прискорення точки S_1 відносно точки B , точки B відносно точки D і т. ін.); $\vec{a}_{S_1;B}^{\tau}, \vec{a}_{B;D}^{\tau}, \vec{a}_{S_1;C}^{\tau}, \vec{a}_{C;E}^{\tau}$ – відповідні вектори тангенціальних складових відносних прискорень (відносне прискорення точки S_1 відносно точки B , точки B відносно точки D і т. ін.).

Нормальні складові прискорень, що наведені в кожному з рівнянь системи (2.5), мають напрямки вздовж одних і тих же ліній певного напрямку (наприклад, в першому рівнянні вектори прискорень $\vec{a}_{B;D}^n, \vec{a}_{S_1;B}^n$ направлені паралельно до лінії S_1B , а у другому рівнянні вектори $\vec{a}_{C;E}^n, \vec{a}_{S_1;C}^n$ мають напрямок вздовж лінії S_1C). Величину нормальних складових відносних прискорень розраховуємо з наступних рівнянь:

$$\begin{aligned} \vec{a}_{S_1;B}^n &= \omega_2^2 \cdot l_{S_1;B} = 1,98^2 \cdot 0,069 = 0,27; \\ \vec{a}_{B;D}^n &= \omega_3^2 \cdot l_{B;D} = 8,57^2 \cdot 0,051 = 3,75; \\ \vec{a}_{S_1;C}^n &= \omega_2^2 \cdot l_{S_1;C} = 1,98^2 \cdot 0,09 = 0,35; \\ \vec{a}_{C;E}^n &= \omega_4^2 \cdot l_{C;E} = 31,53^2 \cdot 0,04 = 39,77. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Тангенціальні складові прискорень в кожному з рівнянь системи (2.5) також мають однакові напрямки (в першому рівнянні векторні складові $\vec{a}_{B;D}^{\tau}, \vec{a}_{S_1;B}^{\tau}$ мають напрямок вздовж лінії, яка перпендикулярна до відрізка S_1B , а у другому – вектори прискорень $\vec{a}_{C;E}^{\tau}$ та $\vec{a}_{S_1;C}^{\tau}$ перпендикулярні до відрізка S_1C).

В результаті векторних побудов згідно системи векторних рівнянь (2.5) отримуємо можливе положення точки s_1^* на плані прискорень. Однак, знайдене положення кінця вектора прискорення особливої точки S_1 слід розглядати як помилкове. Точка s_1^* на плані прискорень не знаходиться на лінії перпендикуляра до напрямку відрізка S_1A (це напрямок вектора тангенціальної складової прискорення $\vec{a}_{S_1;A}^{\tau}$), що відповідає

лінії дійсних положень точки s_1^* на плані прискорень у відповідності до векторного рівняння:

$$\vec{a}_{S_1} = \vec{a}_A + \vec{a}_{S_1;A}^n + \vec{a}_{S_1;A}^t, \quad (2.7)$$

де \vec{a}_A – вектор абсолютного прискорення точки A ; $\vec{a}_{S_1;A}^n$ – вектор нормальної складової відносного прискорення, величину якої розраховуємо з рівняння:

$$\vec{a}_{S_1;A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{S_1;A} = 1,98^2 \cdot 0,1 = 0,4, \quad (2.8)$$

де ω_2 – кутова швидкість шатуна 2; $l_{S_1;A}$ – довжина відрізка S_1A на кінематичній схемі механізму.

Виконуємо повторну графічну побудову у відповідності з системою векторних рівнянь (2.5) для випадку іншої довільно обраної величини кутового прискорення коромисла 5 (для інших довільно обраних величин $\vec{a}_{D;K}^t$, $\vec{a}_{E;K}^t$ векторів тангенціальних складових прискорень) та визначаємо, відповідно, інше помилкове положення точки « s_1^{**} » на плані прискорень.

В результаті подальших графічних побудов знаходимо дійсне положення точки « s_1 » на плані прискорень, як точки, що знаходиться на перетині ліній дійсного та хибного її положень, тобто на перетині перпендикуляра до відрізка S_1A з кінематичної схеми механізму, побудованого на плані прискорень згідно векторного рівняння (2.7) та лінії, що проведена через точки s_1^* та s_1^{**} плану (лінії помилкових положень точки « s_1 » на плані прискорень). Визначаємо вектор π_{s_1} абсолютного прискорення особливої точки S_1 структурної групи третього класу на плані прискорень.

За подібністю трикутників « $A\pi_2 S_1$ » та « ats_1 » визначаємо положення миттєвого центру прискорення шатуна 2 (точка π_2) на кінематичній схемі механізму четвертого класу.

Розраховуємо величину кутового прискорення ε_2^{gr} шатуна 2, яка знайдена графоаналітичним способом з урахуванням того, що довжина нормальної складової прискорення $\vec{a}_{S_1;A}^n$ в масштабі плану прискорень складає 0,4:

$$\varepsilon_2^{gr} = \frac{a_{s_1}^t}{l\pi_2 s_1} = \frac{\pi s_1 \cdot K_a}{l\pi_2 s_1} = \frac{214,97 \cdot 1}{69,97 \cdot 10^{-3}} = 3072,4, \quad (2.9)$$

де $l\pi_2 s_1$; πs_1 є, відповідно, довжинами відрізків на кінематичній схемі механізму та плані прискорень.

За наявністю положення миттєвого центру прискорення шатуна 2 на кінематичній схемі механізму та його кутових кінематичних параметрів (ω_2^{gr} – кутова швидкість; ε_2^{gr} – кутове прискорення) розраховуємо величини абсолютних лінійних прискорень точок B та C , які співпадають з геометричними центрами кінематичних пар механізму та виконуємо побудову векторів прискорень πb , πc на плані прискорень (рис. 10).

Визначаємо положення векторів πd , πe (лінійних прискорень точок D и E) на плані прискорень за допомогою системи векторних рівнянь:

$$\begin{cases} \vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D;B}^n + \vec{a}_{D;B}^t; \\ \vec{a}_D = \vec{a}_K + \vec{a}_{D;K}^n + \vec{a}_{D;K}^t; \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{E;C}^n + \vec{a}_{E;C}^t; \\ \vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}_{E;K}^n + \vec{a}_{E;K}^t, \end{cases} \quad (2.10)$$

де $\vec{a}_D, \vec{a}_B, \vec{a}_C, \vec{a}_E, \vec{a}_K$ – вектори абсолютних прискорень точок D, B, C, E, K ; $\vec{a}_{D;B}^n, \vec{a}_{E;C}^n, \vec{a}_{D;K}^n, \vec{a}_{E;K}^n$ – відповідні вектори нормальних складових відносних прискорень (нормальна складова прискорення точки D відносно точки B , точки E відносно точки C і т. ін.); $\vec{a}_{D;B}^\tau, \vec{a}_{E;C}^\tau, \vec{a}_{D;K}^\tau, \vec{a}_{E;K}^\tau$ – відповідні вектори тангенціальних складових відносних прискорень (тангенціальна складова прискорення точки D відносно точки B , точки E відносно точки C і т. ін.).

Кутові прискорення ланок 3 – 5 чисельно визначаємо з наступних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3^{gr} &= \frac{a_{D;B}^\tau}{l_{DB}} = \frac{\tau_{D;B} \cdot K_a}{l_{DB}} = \frac{26,8 \cdot 1}{51,0 \cdot 10^{-3}} = 525,0; \\ \varepsilon_4^{gr} &= \frac{a_{E;C}^\tau}{l_{EC}} = \frac{\tau_{E;C} \cdot K_a}{l_{EC}} = \frac{1,98 \cdot 1}{40,0 \cdot 10^{-3}} = 49,5; \\ \varepsilon_5^{gr} &= \frac{a_{D;K}^\tau}{l_{DK}} = \frac{\tau_{D;K} \cdot K_a}{l_{DK}} = \frac{46,5 \cdot 1}{30,0 \cdot 10^{-3}} = 1550,0, \end{aligned} \quad (2.11)$$

де $\tau_{D;B}; \tau_{E;C}; \tau_{D;K}$ – відповідні довжини відрізків на плані прискорень; $l_{DB}; l_{EC}; l_{DK}$ – довжини ланок DB, EC, DK .

Результати розрахунку кутових швидкостей та прискорень ланок для одного з положень механізму (кут повороту ведучого кривошипу $f_1 = 70^\circ$) представлені в табл. 2 та табл. 3.

Таблиця 2

Номер ланки	Позначення параметру	Аналітичний метод	Графоаналітичний метод	Похибка $\Delta\omega$
		c^{-1}	c^{-1}	
2	$\omega_{A-C}; \omega_2^{gr}$	2,04	1,98	2,9
3	$\omega_{B-D}; \omega_3^{gr}$	8,40	8,57	2,0
4	$\omega_{C-E}; \omega_4^{gr}$	31,88	31,53	1,1
5	$\omega_{K-E}; \omega_5^{gr}$	30,91	31,24	1,0

Таблиця 3

Номер ланки	Позначення параметру	Аналітичний метод	Графоаналітичний метод	Похибка $\Delta\varepsilon$
		c^{-2}	c^{-2}	
2	$\varepsilon_{A-C}; \varepsilon_2^{gr}$	3068,5	3072,4	0,0
3	$\varepsilon_{B-D}; \varepsilon_3^{gr}$	535,9	525,0	2,0
4	$\varepsilon_{C-E}; \varepsilon_4^{gr}$	48,4	49,5	2,3
5	$\varepsilon_{K-E}; \varepsilon_5^{gr}$	1586,0	1550,0	2,3

Для циклічного механізму з кутом повороту ведучої ланки 360° виконано не менше трьох аналогічних перевірок через кожні 120° повороту кривошипу 1.

З аналізу отриманих результатів робимо висновок про експертне підтвердження того, що кінематичний аналіз складного плоского механізму четвертого класу за до-

помогою математичного моделювання з подальшою реалізацією в програмі MathCad виконаний вірно зі збігом результатів дослідження з проведеними перевірочними розрахунками не менше, ніж 95 %, що є загальноприйнятою точністю для інженерних розрахунків.

Висновки.

Таким чином, для складного плоского механізму четвертого класу було виконано комплексний кінематичний аналіз двома незалежними один від іншого методами: аналітичним, що базується на математичному моделюванні кінематичної схеми та параметрів механізму в програмі MathCad та графоаналітичним, в якому з урахуванням структурної особливості механізму вищого класу були використані положення теорії механізмів і машин для складних плоских механізмів третього класу.

В результаті проведеного дослідження отримано величини кінематичних параметрів всіх ланок механізму четвертого класу в чисельному вигляді та виконано перевірку узгодженості отриманих результатів з необхідною для технічних розрахунків точністю, що одночасно підтверджує те, що кінематичні параметри математичних моделей, що описують функції положення, швидкостей і прискорень рухомих ланок складного плоского механізму вищого класу є відповідними до параметрів дійсного фізичного механізму та можуть бути застосовані для подальшого його удосконалення.

РЕЗЮМЕ. Розроблено послідовність дій та виконано кінематичне дослідження складного плоского механізму четвертого класу з структурною групою ланок другого порядку за допомогою математичних моделей з подальшою реалізацією в програмі MathCad. Для перевірки кінематичний розрахунок виконано графоаналітичним методом. Враховано положення теорії механізмів і машин щодо структурної будови механізмів. Використано характерну для структурної групи ланок складного механізму особливу точку Ассура. Підтверджено, що вказаний вище кінематичний аналіз виконано вірно з точністю не менше 95 %, що є загальноприйнятим для інженерних розрахунків. Запропоновану послідовність кінематичного аналізу складного плоского механізму можна використовувати для виконання аналогічних досліджень механізмів четвертого і вище класів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: плоский механізм четвертого класу, швидкість, прискорення, кінематичне комп'ютерне моделювання, MathCad.

1. Гебель Е.С., Солонин Е.В. Моделирование кинематики механизма игл основовязальной машины // Теоретические знания в практические дела: сборник материалов X междунар. научно-практ. конф.: в 2 ч. Ч. 2. – 2009. – С. 211 – 215.
2. Дворжак В.М. Комп'ютерне моделювання механізмів основов'язальних машин зі структурними групами третього класу третього порядку з поступальними парами // Вісн. Київського нац. ун-ту технологій та дизайну. Технічні науки. – 2015. – № 6. – С. 37 – 46.
3. Дворжак В.М. Математичне моделювання механізмів швейних машин зі структурними групами третього класу третього порядку з двома поступальними парами // Вісн. Київського нац. ун-ту технологій та дизайну. Технічні науки. – 2016. – № 5. – С. 99 – 108.
4. Дворжак В.М. Силовий аналіз механізму коливального руху вушкових голок основов'язальної машини // Вісн. Київського нац. ун-ту технологій та дизайну. Технічні науки. – 2019. – **134**, № 3. – С. 26 – 35.
5. Кикин А.Б. Синтез рычажных механизмов для привода нитераскладчика мотальной машины // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2005. – № 1. – С. 115 – 119.
6. Кикин А.Б., Пейсах Э.Е. Аналитико-оптимизационный синтез шестизвенного механизма с выстоем // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2008. – № 5. – С. 79 – 83.
7. Кошель С.О., Кошель Г.В. Аналіз плоских механізмів вищих класів з шатуном, що має вигляд складної ланки // Вісн. Хмельницького нац. ун-ту. Технічні науки. – 2017. – № 5. – С. 16 – 20.
8. Кошель С.О., Кошель Г.В. Структурний аналіз складних плоских механізмів четвертого класу // Вісн. Хмельницького нац. ун-ту. Технічні науки. – 2015. – № 1. – С. 72 – 79.

9. Чашиников Д.О., Горяшин В.В. Кинематическое исследование плоского восьмизвенного механизма шестого класса с поступательной парой аналитическим методом // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 6. – С. 158 – 159.
10. Чашиников Д.О., Горяшин В.В. Кинематическое исследование плоского восьмизвенного механизма шестого класса с поступательной парой // Успехи современного естествознания. – 2011. – № 7. – С. 231 – 232.
11. Dobija M., Drewniak J., Zawiślak S., Shingissov B., Zhaiyt A. Countour graph application in kinematical analysis of crane mechanism // 24th Int. Conf. on Theory of Machines and Mechatronic Systems, Poland, 2014. – P. 31 – 32.
12. Joldasbekov S., Ibraev S., Zhaiyt A., Nurmagambetova A., Imanbaeva N. Modular synthesis of plane lever six-link mechanism of high class // J. of Sci. Research. – 2014. – 21, N 12, – P.2339 – 2345.
13. Koshel S., Koshel A. Analysis of fourth class plane mechanisms with structural groups of links of the second order // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi. – 2018. – N 1. – P. 12 – 17.
14. Koshel S., Koshel A. Analysis of fourth-grade flat machines with movable close-cycle formed by the rods and two complex links // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi. – 2016. – N 2. – P. 9 – 13.
15. Koshel S., Koshel A. Definition of accelerations of points of a plane mechanism of the fourth class by graph-analytical method // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi. – 2018. – N 2. – P. 28 – 33.
16. Koshel S., Koshel A. Structural analysis of the mechanism with a third-class structure group of the fourth order // Odes'kyi Politechnichnyi Universytet. Pratsi. – 2019. – N 1. – P. 29 – 34.

Надійшла 18.12.2020

Затверджена до друку 09.12.2021
