

УДК 677.017

М.І. КОЛИСКО, В.Ю. ЩЕРБАНЬ

Київський національний університет технологій і дизайну

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ НИТКИ З ЦИЛІНДРИЧНОЮ  
НАПРЯМНОЮ ПОВЕРХНЕЮ**

*Теоретичні дослідження процесу взаємодії ниток з циліндричними нитконапрямними з урахуванням нелінійної залежності сили та коефіцієнту тертя ставлять перед собою мету визначення їх натягу в довільній точці, що дозволить удосконалити процес їх переробки на технологічному устаткуванні.*

**Ключові слова:** нитка, напрямна поверхня, натяг

Взаємодія ниток з циліндричними напрямними поверхнями зустрічається в багатьох технологічних процесах текстильної і трикотажної промисловості. При цьому можна підрозділяти взаємодію ниток з напрямним великої і малої кривини. В даній роботі розглядається останній випадок.

Взаємодія ниток з циліндричними напрямними з постійною кривиною поверхні широко зустрічається в трикотажній, ткацькій промисловості, коли відбувається відносне переміщення напрямних та ниток.

**Об'єкти та методи дослідження**

Удосконалення технологічних процесів легкої та текстильної промисловості повинно базуватися на комплексних дослідженнях процесу взаємодії ниток з напрямними поверхнями малої кривини [1,2,4]. Отримання теоретичних залежностей дозволить отримати рівняння для визначення натягу нитки в зоні формування тканини та трикотажу, зменшити відсоток обривів ниток, поліпшити якість готової продукції [2]. В багатьох дослідженнях не враховується нелінійна залежність сили та коефіцієнту тертя при отриманні остаточних рівнянь [3]. Все це призводить до значних розбіжностей між теоретичними та експериментальними залежностями, що не дозволяє використовувати перші при конкретних розрахунках.

**Постановка завдання**

На основі інтегрування системи диференціальних рівнянь отримати залежності натягу нитки, з урахуванням нелінійної залежності сили та коефіцієнту тертя, від радіусу кривини циліндричної напрямної, попереднього натягу та кута, з яким нитка охоплює напрямну.

**Результати та їх обговорення**

На рис.1 показана загальна розрахункова схема. Нитка огинає циліндричну напрямну поверхню радіусу  $R$ . Вхідний натяг нитки дорівнює  $P_0$ , а вихідний натяг нитки дорівнює  $P$ . Кут охоплення ниткою циліндричної напрямної дорівнює  $\varphi$ .

Система диференціальних рівнянь, яка описує рівновагу нескінченно малого елемента нитки  $ds = Rd\varphi$  ( $s$  – дугова координата) має вигляд [1–2]

$$\frac{dP}{ds} = F_{mp}, \quad \frac{P}{R} = N, \quad (1)$$

де  $P$  – натяг нитки;  $F_{mp}$  – сила тертя, яка діє на нескінченно малий елемент нитки;  $N$  – питома нормальна реакція напрямної поверхні.

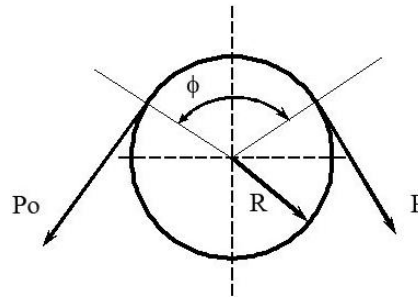


Рис.1. Загальна розрахункова схема

Дослідження, проведені в цьому напрямку [1, 3–4], свідчать про те, що сила та коефіцієнт тертя нелінійно залежать від попереднього натягу, кута охоплення ниткою напрямної, діаметру циліндричної напрямної [1,3,4].

На рис.2 представлені графічні залежності зміни коефіцієнта тертя  $f$  від попереднього натягу

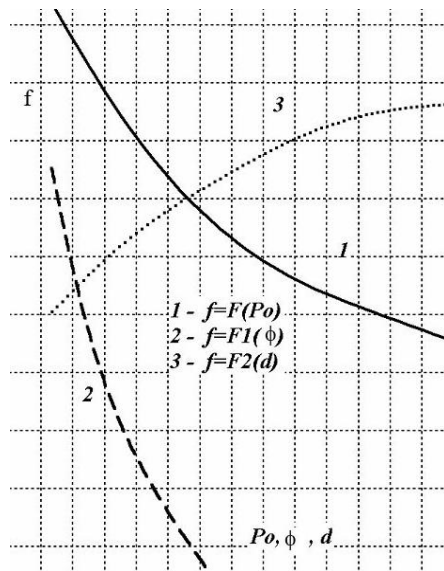


Рис.2. Графічні залежності коефіцієнта тертя від натягу нитки, кута охоплення та діаметру напрямної

нитки  $P_0$  (крива 1), кута охоплення ниткою напрямної  $\varphi$  (крива 2), діаметру циліндричної напрямної  $d$  (крива 3). Виходячи з цього силу тертя  $F_{mp}$  та коефіцієнт тертя  $f$  можна представити наступними залежностями

$$F_{mp} = fN^n, \quad (2)$$

$$f = \frac{a}{b\varphi^{n_1}},$$

де  $n, a, b, n_1$  – деякі константи, значення яких залежить від виду матеріалів нитки та напрямної та умов взаємодії між ними. Так значення  $n$  знаходиться в межах  $\frac{2}{3} \leq n \leq 1$  [3].

Коли  $n_1 = 0$ , то з другого рівняння системи (2) коефіцієнт тертя буде дорівнювати  $f = \frac{a}{b}$ .

З урахуванням системи рівнянь (2), представимо систему диференціальних рівнянь (1) у вигляді

$$\frac{dP}{Rd\varphi} = \frac{aP^n}{b\varphi^{n_1} R^n}. \quad (3)$$

Розділяємо в диференційному рівнянні (3) змінні і отримаємо наступне диференційне рівняння

$$\frac{dP}{P^n} = \frac{aRd\varphi}{b\varphi^{n_1} R^n}.$$

Проінтегруємо останнє диференційне рівняння, отримаємо

$$P^{1-n} = P_0^{1-n} + \frac{1-n}{b} \frac{aR^{1-n}}{1-n_1} \varphi^{1-n_1}. \quad (4)$$

Перейдемо до аналізу рівняння (5). Використовуючи правило Лопітала будемо мати

$$\ln P = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{F_1}{F_2} = \frac{P_0^{1-n} \left[ \ln P_0 + \frac{a\phi^{1-n_1} \ln R}{b(1-n_1)} \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n} + \frac{a\phi^{1-n_1}}{b(1-n_1)} \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n} - \frac{a\phi^{1-n_1} n \ln R}{b(1-n_1)} \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n} \right]}{P_0^{1-n} \left[ 1 + \frac{1-n}{b(1-n_1)} \frac{a\phi^{1-n_1}}{\left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n}} \right]}$$

Спростимо останнє рівняння, отримаємо

$$\ln P = \frac{\ln P_0 + \frac{a\phi^{1-n_1}}{b(1-n_1)} \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n} [\ln R(1-n) + 1]}{1 + \frac{1-n}{b(1-n_1)} \frac{a\phi^{1-n_1}}{\left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n}}}. \quad (5)$$

Аналізуючи рівняння (5), при  $n \rightarrow 1$ , отримаємо остаточний результат

$$\ln P - \ln P_0 = \frac{\frac{a\phi^{1-n_1}}{b(1-n_1)} \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n}}{1}.$$

Остаточний вираз для визначення натягу ведучої гілки нитки буде мати вигляд

$$P = P_0 e^{\frac{a\phi^{1-n_1}}{b(1-n_1)} \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n}}. \quad (6)$$

Для випадку, коли коефіцієнт тертя є сталою величиною, враховуючи рівняння (2), при  $n_1 = 0$

$f = \frac{a}{b}$ , отримаємо з (6)

$$P = P_0 e^{f\phi \left(\frac{R}{P_0}\right)^{1-n}}. \quad (7)$$

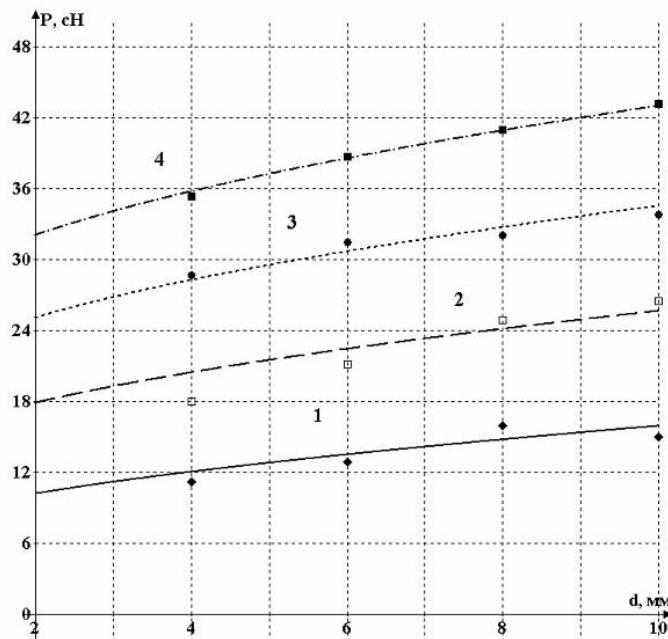


Рис.3. Залежність натягу капронової нитки 28 Т від радіусу кривини циліндричної напрямної

Тут необхідно вказати, що формула (7) відрізняється від формули, яка отримана в роботі [3]. Спрощення формули в роботі [3] призводить к невірним остаточним результатам. Покладаючи в формулі (7)  $n = 1$ , отримаємо відому формулу Л. Ейлера

$$P = P_0 e^{f\varphi}.$$

На рис. 3 представлені результати визначення натягу для капронової нитки 28 Т для  $P_0 = 5, 10, 15, 20$  сН по формулі (11). При розрахунках  $a=0,4$ ;  $b=2,7$ ;  $n=0,7$ ;  $n_1=0,8$ ;  $\varphi=3,14$ . На цьому рисунку наведені також експериментальні дані. Порівняння теоретичних та експериментальних даних показало, що похибка не перевищує 2–4%. При розрахунку за формулою Л.Ейлера похибка перевищує 8%.

### Висновки

Теоретичні дослідження процесу взаємодії ниток з циліндричними напрямними з урахуванням нелінійної залежності сили та коефіцієнту тертя дозволяють визначати натяг нитки з урахуванням її реальних фізико-механічних властивостей, що дозволить удосконалити процес їх переробки на технологічному устаткуванні текстильної та трикотажної промисловості.

### Список використаної літератури

1. Щербань В.Ю. Механика нити / В.Ю. Щербань, О.Н. Хомяк, Ю.Ю. Щербань. – К.: Бібліотека офіційних видань, 2002. – 196 с.
2. Щербань В.Ю. Математические модели в САПР оборудования и технологических процессов легкой и текстильной промышленности / В.Ю. Щербань, О.И. Волков, Ю.Ю. Щербань. – К.: Бумсервис, 2003. – 588 с.
3. Мортон В.Е. Механические свойства текстильных волокон / В.Е. Мортон, Д.В.С. Херл. – М.: Легкая индустрия, 1971. – 182 с.
4. Хвальковский Н.В. Трение текстильных нитей / Н.В. Хвальковский. – М.: ЦИНТИЛП, 1966. – 73 с.

Стаття надійшла до редакції / Article received: 25.08.2013

### Исследование взаимодействия нити с цилиндрической направляющей поверхностью

Колыско М.И., Щербань В.Ю.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

В работе на основе исследования движения нити по цилиндрической направляющей поверхности получены системы дифференциальных уравнений для определения натяжения. Интегрирование дифференциальных уравнений позволило получить выражения для определения натяжения с учетом нелинейной зависимости силы и коэффициента трения.

**Ключевые слова:** нить, направляющая поверхность, натяжение.

### Research of cooperation of filament with a cylindrical sending surface

Kolysko M., Scherban V.

Kyiv national university of technologies and design

In-process on the basis of research of motion of filament on a cylindrical sending surface the systems of differential equalizations are got for determination of pull. Integration of differential equalizations allowed to get expression for determination of pull taking into account nonlinear dependence of force and coefficient of friction.

**Keywords:** filament, directing a surface, pull.